

О вариантах основной формулы атмосферной коррекции

О.В. НИКОЛАЕВА

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва
E-mail: nika@kiam.ru

Аннотация

Исследуется точность основной формулы атмосферной коррекции, позволяющей определять альbedo подстилающей (земной) поверхности по коэффициенту энергетической яркости отражающей системы атмосфера-подстилающая поверхность. Задача атмосферной коррекции рассматривается в трёхмерной геометрии с учётом пространственной неоднородности подстилающей поверхности. Показано, как точность восстановления альbedo зависит от применяемого варианта основной формулы.

Ключевые слова: атмосферная коррекция, коэффициент энергетической яркости, альbedo поверхности, многомерные эффекты.

Введение

При дистанционном зондировании Земли из космоса измеряются значения интенсивности (энергетической яркости) солнечного излучения (СИ)¹, отражённого системой атмосфера-подстилающая (земная) поверхность (ПП). По этим значениям и известным значениям интенсивности внеатмосферного СИ находится коэффициент энергетической яркости (КЯ)² этой системы. Задача атмосферной коррекции состоит в исключении из КЯ атмосферных искажений и определении альbedo (коэффициента отражения) ПП. Впоследствии по полученным альbedo можно определять состав и свойства ПП.

В задачах атмосферной коррекции, как правило, атмосфера предполагается горизонтально однородной, а ПП – неоднородной. ПП и верхняя граница атмосферы разбиваются на пиксели. Основная формула атмосферной коррекции связывает альbedo в земных пикселях и значения КЯ в атмосферных пикселях.

Первоначально основная формула была найдена в предположении, что в атмосферный пиксель попадает СИ только с расположенного точно под ним земного пикселя. Иначе говоря, задача решалась в приближении независимых пикселей (*Independent Pixel Approximation, IPA*). При этом интенсивность СИ в задаче с произвольным значением альbedo ПП была представлена комбинацией этой интенсивности с чёрной (неотражающей) и с красной (изотропно излучающей) ПП [1]. Формула позволяет явно определять альbedo ПП по значению КЯ и активно используется в задачах атмосферной коррекции [2].

При повышении пространственного разрешения появилась необходимость учитывать, какой вклад в регистриру-

емый в каждом атмосферном пикселе сигнал вносит излучение, отражённое от каждого земного пикселя. Здесь используются два способа.

Первый способ опирается на эмпирическое обобщение *IPA*-модели, в котором КЯ в атмосферном пикселе зависит от альbedo в соответствующем земном пикселе и альbedo окружения данного пикселя [3]. Здесь возможно использовать явный и, соответственно, быстрый алгоритм, в котором сначала находятся все альbedo окружения, а затем – альbedo всех земных пикселей [3–5].

Во втором способе строится система нелинейных уравнений, в которой учитывается не только отражение СИ от земного пикселя в атмосферный, но и переотражение между земными пикселями [6]; неизвестными величинами являются альbedo всех земных пикселей. Решение такой системы уравнений крайне времязатратно. Оно может быть несколько ускорено за счёт упрощения системы уравнений при исключении переотражения между далеко расположенными земными пикселями. При выполнении атмосферной коррекции в горной местности при моделировании переотражения между земными пикселями приходится учитывать рельеф [7].

В работе [8] предложена формула атмосферной коррекции, явно связывающая альbedo в каждом земном пикселе с КЯ во всех атмосферных пикселях. Формула позволяет оперативно находить альbedo в каждом пикселе с учётом переотражения от других пикселей [9]. Формула опирается на представление интенсивности СИ в задаче с произвольным значением альbedo ПП линейной комбинацией интенсивностей в задаче с чёрной ПП и в задачах с ПП с одним белым (отражающим всё излучение по закону Ламберта) пикселем и остальными чёрными пикселями.

В настоящей работе предложена другая явная формула, использующая традиционную линейную комбинацию интенсивностей в задаче с чёрной ПП и в задачах с одним красным и остальными чёрными пикселями, а также рассматривается вопрос об идентичности этих вариантов формулы и их точности при восстановлении альbedo пространственно-неоднородной ПП.

Задача о переносе света в атмосфере

Рассмотрим задачу переноса монохроматического излучения в трёхмерной области (рис. 1):

$$\begin{aligned} \hat{T}^{3D} I = & \mu \frac{\partial I}{\partial z} + \xi \frac{\partial I}{\partial x} + \eta \frac{\partial I}{\partial y} + k(x, y, z) I(x, y, z, \mu, \varphi) - \\ & - k_s(x, y, z) \int_{\Omega} P(x, y, z, \gamma_s(\mu, \mu', \varphi, \varphi')) \\ & I(x, y, z, \mu', \varphi') d\mu' d\varphi' = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

¹ Подразумевается, что все светотехнические величины в статье спектральные. – Прим. ред.

² В «Справочной книге по светотехнике», под общ. ред. Ю.Б. Айзенберга и Г.В. Бооса, 2019 (п. 2.2.3.5.1) принято другое название этой безразмерной величины – «показатель энергетической яркости». – Прим. ред.

$$\begin{aligned} -X < x < X, \quad -Y < y < Y, \quad 0 < z < H, \\ -1 < \mu < 1, \quad 0 < \varphi < 2\pi, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\xi = \sin \theta \cos \varphi, \quad \eta = \sin \theta \sin \varphi, \quad \mu = \cos \theta,$$

$$\gamma_s(\mu, \mu', \varphi, \varphi') = \mu \mu' + \sqrt{1 - \mu^2} \sqrt{1 - (\mu')^2} \cos(\varphi - \varphi'). \quad (3)$$

Здесь решение $I(x, y, z, \mu, \varphi)$ – интенсивность СИ в пространственной точке с координатами (x, y, z) в направлении $\Omega(\mu = \cos \theta, \varphi)$. Коэффициент экстинкции $k(x, y, z)$, коэффициент рассеяния $k_s(x, y, z)$ и индикатриса рассеяния $P(x, y, z, \gamma_s)$ в общем случае зависят как от высоты z , так и от горизонтальных координат x, y . Индикатриса рассеяния зависит от величины $\gamma_s(\mu, \mu', \varphi, \varphi')$ – косинуса угла между направлениями (μ, φ) и (μ', φ') .

На верхней границе, $z = 0$, трёхмерной области $-X < x < X, -Y < y < Y, 0 < z < H$ (рис. 1) задано условие падения параллельного пучка СИ в направлении $\Omega_0(\mu_0 = \cos \theta_0, \varphi_0)$:

$$\begin{aligned} I(x, y, 0, \mu, \varphi) = I_0 \delta(\mu - \mu_0) \delta(\varphi - \varphi_0) \text{ при } \mu > 0, \\ -X < x < X, \quad -Y < y < Y. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь I_0 – интенсивность внеатмосферного СИ, а δ – дельта-функция Дирака.

На нижней границе, $z = H$, зададим отражение от поверхности по закону Ламберта:

$$\begin{aligned} I(x, y, H, \mu, \varphi) = A(x, y) \frac{1}{\pi} \int_0^1 d\mu' \mu' \int_0^{2\pi} d\varphi' I(x, y, H, \mu', \varphi') \\ \text{при } \mu < 0, \quad -X < x < X, \quad -Y < y < Y. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $A(x, y)$ – альbedo ПП в точке (x, y) . Будем предполагать, что ПП разбита на N непересекающихся пикселей U_j . В пределах каждого пикселя альbedo ПП зададим его средним значением:

$$A_j = \frac{1}{|U_j|} \iint_{U_j} dx dy A(x, y). \quad (6)$$

Здесь $|U_j|$ – площадь j -го пикселя. На облучённых боковых границах, где $\gamma_s(\mu, \mu_0, \varphi, \varphi_0) > 0$, задаётся краевое условие вида (4). На необлучённых боковых границах, где $\gamma_s(\mu, \mu_0, \varphi, \varphi_0) < 0$, задаётся нулевое краевое условие. Таким образом, имеем соотношения

$$\begin{aligned} I(-X, y, z, \mu, \varphi) = J(\mu, \varphi) \text{ при } \xi > 0, \\ -Y < y < Y, \quad 0 < z < H, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} I(X, y, z, \mu, \varphi) = J(\mu, \varphi) \text{ при } \xi < 0, \\ -Y < y < Y, \quad 0 < z < H, \end{aligned} \quad (8)$$

$$I(x, -Y, z, \mu, \varphi) = J(\mu, \varphi) \text{ при } \eta > 0,$$

$$-X < x < X, \quad 0 < z < H, \quad (9)$$

$$I(x, Y, z, \mu, \varphi) = J(\mu, \varphi) \text{ при } \eta < 0,$$

$$-X < x < X, \quad 0 < z < H, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} J(\mu, \varphi) = I_0 \delta(\mu - \mu_0) \delta(\varphi - \varphi_0) \text{ при } \gamma_s(\mu, \mu_0, \varphi, \varphi_0) > 0, \\ J(\mu, \varphi) = 0 \text{ при } \gamma_s(\mu, \mu_0, \varphi, \varphi_0) < 0. \end{aligned} \quad (11)$$

В качестве решения задачи (1)–(11) будем рассматривать средние по каждому атмосферному пикселю значения КЯ

$$R_j = \frac{1}{|U_j|} \frac{\pi}{\mu_0 I_0} \iint_{U_j} dx dy I(x, y, 0, \tilde{\mu}, \tilde{\varphi}). \quad (12)$$

Координаты $(\tilde{\mu}, \tilde{\varphi})$ определяют направление отражённого СИ. Далее рассматривается только отражение в зенит $\Omega_{\text{zenith}}(\tilde{\mu} = -1, \tilde{\varphi} = 0)$ (рис. 1). Заметим, что для других направлений $(\tilde{\mu}, \tilde{\varphi})$ все последующие рассуждения также справедливы.

Для каждого земного пикселя определим также коэффициент пропускания атмосферы:

$$T_j = \frac{1}{|U_j| \pi I_0} \iint_{U_j} dx dy \int_0^1 d\mu' \mu' \int_0^{2\pi} d\varphi' I(x, y, H, \mu', \varphi'). \quad (13)$$

Определение альbedo поверхности

Найдём явную зависимость КЯ от альbedo ПП. Для этого введём базовые функции как решения следующих задач:

- *Задача с чёрной поверхностью:*

$$\hat{T}^{3D} I^b = 0, \quad I^b(x, y, H, \mu, \varphi) = 0 \text{ при } \mu < 0,$$

$$I^b(x, y, 0, \mu, \varphi) = I_0 \delta(\mu - \mu_0) \delta(\varphi - \varphi_0) \text{ при } \mu > 0. \quad (14)$$

- *Задачи с поверхностью, состоящей из одного белого и остальных чёрных пикселей:*

$$\begin{aligned} \hat{T}^{3D} I_i^w = 0, \quad I_i^w(x, y, 0, \mu, \varphi) = I_0 \delta(\mu - \mu_0) \delta(\varphi - \varphi_0) \\ \text{при } \mu > 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$I_i^w(x, y, H, \mu, \varphi) = a_i(x, y) \frac{1}{\pi} \int_0^1 d\mu' \mu' \int_0^{2\pi} d\varphi' I_i^w(x, y, H, \mu', \varphi')$$

при $\mu < 0$,

$$a_i(x, y) = 0 \text{ при } (x, y) \notin U_i, \quad a_i(x, y) = 1 \text{ при } (x, y) \in U_i.$$

- *Задачи с поверхностью, состоящей из одного красного и остальных чёрных пикселей:*

$$\hat{T}^{3D} I_i^r = 0, \quad I_i^r(x, y, 0, \mu, \varphi) = 0 \text{ при } \mu > 0,$$

$$I_i^r(x, y, H, \mu, \varphi) = a_i(x, y) I_0 \text{ при } \mu < 0. \quad (16)$$

На боковых границах в задачах (14) и (15) используются краевые условия (7)–(10), а в задаче (16) – нулевые краевые условия.

Представим решение задачи (1)–(11) как линейную комбинацию «чёрной» и «красных» базовых функций – решений задач (14) и (16):

$$I(x, y, z, \mu, \varphi) = I^b(x, y, z, \mu, \varphi) + \sum_{i=1}^N \gamma_i I_i^r(x, y, z, \mu, \varphi). \quad (17)$$

Действительно, при любых значениях величин γ_i функция (17) удовлетворяет уравнению (1) и краевым условиям (4), (7)–(10). Краевое условие (5) в j -ом пикселе для функции (17) имеет вид

$$\gamma_j = \left[\sum_{i=1}^N \gamma_i T_{ji}^r + T_j^b \right] A_j, \quad j = 1, \dots, N, \quad (18)$$

где величины T_{ji}^r и T_j^b суть усреднённые по j -му земному пикселю коэффициенты пропускания (13) для базовых задач

$$T_{ji}^r = \frac{1}{|U_j| \pi I_0} \iint_{U_j} dx dy \int_0^1 d\mu' \mu' \int_0^{2\pi} d\varphi' I_i^r(x, y, H, \mu', \varphi'), \quad (19)$$

$$T_j^b = \frac{1}{|U_j| \pi I_0} \iint_{U_j} dx dy \int_0^1 d\mu' \mu' \int_0^{2\pi} d\varphi' I^b(x, y, H, \mu', \varphi').$$

Введём два вектора и две матрицы:

$$\begin{aligned} \gamma \{ \gamma_j \}, \hat{\mathbf{A}} \{ A_{i,j} = A_j \delta_{i,j} \}, \\ \mathbf{t}^b \{ T_j^b \}, \hat{\mathbf{T}}^r \{ T_{ji}^r \}. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь $\delta_{i,j}$ – символ Кронекера. Тогда система (18) принимает вид

$$\gamma = \hat{\mathbf{A}} (\mathbf{t}^b + \hat{\mathbf{T}}^r \gamma).$$

Отсюда находим вектор \mathbf{a} неизвестных величин из разложения (17):

$$\gamma = (\hat{\mathbf{E}} - \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{T}}^r)^{-1} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{t}^b. \quad (21)$$

Здесь $\hat{\mathbf{E}}$ – единичная матрица. Из равенства (17) найдём КЯ в j -ом пикселе

$$R_j = R_j^b + \sum_{i=1}^N \gamma_i R_{ji}^r. \quad (22)$$

Здесь R_j^b и R_{ji}^r – значения КЯ (12) в j -ом пикселе для базовых задач:

$$\begin{aligned} R_j^b &= \frac{1}{|U_j|} \frac{\pi}{\mu_0 I_0} \iint_{U_j} dx dy I^b(x, y, 0, -1, 0), \\ R_{ji}^r &= \frac{1}{|U_j|} \frac{\pi}{\mu_0 I_0} \iint_{U_j} dx dy I_i^r(x, y, 0, -1, 0). \end{aligned} \quad (23)$$

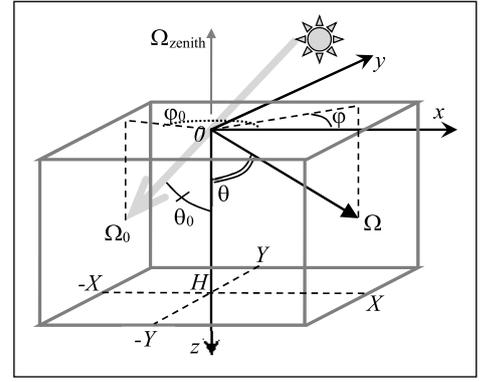


Рис. 1. Область решения уравнения переноса солнечного излучения

Равенство (22) запишем в матричной форме:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}^b + \hat{\mathbf{R}}^r \boldsymbol{\gamma}, \quad (24)$$

где

$$\mathbf{r} \{ R_j \}, \mathbf{r}^b \{ R_j^b \}, \hat{\mathbf{R}}^r \{ R_{ji}^r \}. \quad (25)$$

Подставляя равенство (21) в выражение (24), получаем соотношение

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}^b + \hat{\mathbf{R}}^r (\hat{\mathbf{E}} - \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{T}}^r)^{-1} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{t}^b,$$

которое приводится к выражениям

$$(\hat{\mathbf{E}} - \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{T}}^r) (\hat{\mathbf{R}}^r)^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{r}^b) = \hat{\mathbf{A}} \mathbf{t}^b$$

или

$$(\hat{\mathbf{R}}^r)^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{r}^b) = \hat{\mathbf{A}} [\mathbf{t}^b + \hat{\mathbf{T}}^r (\hat{\mathbf{R}}^r)^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{r}^b)].$$

Введём векторы \mathbf{u} и \mathbf{w} :

$$\mathbf{u} = (\hat{\mathbf{R}}^r)^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{r}^b), \quad \mathbf{w} = \mathbf{t}^b + \hat{\mathbf{T}}^r (\hat{\mathbf{R}}^r)^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{r}^b). \quad (26)$$

Тогда альbedo ПП в j -ом пикселе определится отношением элементов этих векторов:

$$A_j = u_j / w_j. \quad (27)$$

В работе [8] значения альbedo получены представлением решения задачи (1)–(11) линейной комбинацией «чёрной» и «белых» базовых функций – решений задач (14) и (15):

$$A_j = q_j / v_j, \quad (28)$$

где

$$\mathbf{q} = \hat{\mathbf{T}}^{ww} (\hat{\mathbf{R}}^{wb})^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{r}^b), \quad \mathbf{v} = \hat{\mathbf{T}}^{wb} (\hat{\mathbf{R}}^{wb})^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{r}^b) + \mathbf{t}^b, \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{R}}^{wb} \{ R_{ji}^{wb} = R_{ji}^w - R_j^b \}, \quad \hat{\mathbf{T}}^{wb} \{ T_{ji}^{wb} = T_{ji}^w - T_j^b \},$$

$$\hat{\mathbf{T}}^{ww} \{ T_{ij}^w = T_{ij}^w \delta_{i,j} \}. \quad (30)$$

Подчеркнём, что в формулах (27) и (28) матрицы $\hat{\mathbf{R}}^r$, $\hat{\mathbf{R}}^{wb}$, $\hat{\mathbf{T}}^r$, $\hat{\mathbf{T}}^{wb}$ и $\hat{\mathbf{T}}^{ww}$ и векторы \mathbf{t}^b , \mathbf{r}^b описывают отражение и пропускание атмосферы для базовых задач (14)–(16) с учётом многократного рассеяния СИ в атмосфере и не зависят от альbedo ПП.

Рис. 2. Максимальные по пикселям отклонения коэффициентов энергетической яркости в задачах с отражающей (участок рапса на вспаханном поле) и с чёрной поверхностями, $d = 1$ км

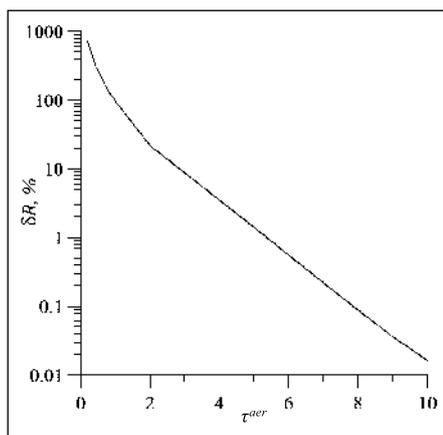
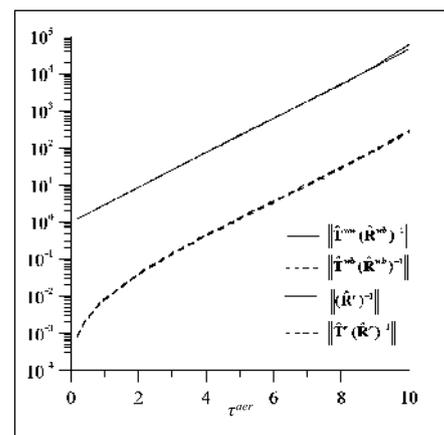


Рис. 3. Нормы матриц, используемых при определении альбедо, $d = 1$ км



Соотношения (26)–(29) представляют собой два варианта основной формулы атмосферной коррекции, позволяющей находить альбедо ПП по значениям КЯ. Каждому варианту основной формулы отвечает свой вариант дискретизации прямой задачи. Здесь не требуется искать решение системы нелинейных уравнений, как в алгоритме согласно [6], и использовать итерационный процесс.

Отметим, что для перехода к *IPA*-приближению нужно найти средние значения всех элементов матриц $\hat{\mathbf{R}}^r$, $\hat{\mathbf{T}}^r$ и векторов \mathbf{r}^b , \mathbf{t}^b :

$$\tilde{r}^r = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N R_{ji}^r, \quad \tilde{T}^r = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N T_{ji}^r, \quad \tilde{r}^b = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N R_j^b, \\ \tilde{t}^b = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N T_j^b.$$

Здесь \tilde{r}^r и \tilde{r}^b – средние по снимку КЯ в задачах с красной и чёрной ПП, а \tilde{T}^r и \tilde{t}^b – средние по снимку коэффициенты пропускания в этих задачах. Формула (27) для альбедо в *IPA*-приближении принимает вид

$$A_j = [R_j - \tilde{r}^b] / [\tilde{R}^r \tilde{t}^b + \tilde{T}^r (R_j - \tilde{r}^b)]. \quad (31)$$

Возникает вопрос: являются ли формулы (27) и (28) эквивалентными. Действительно, излучение красного пикселя не зависит от излучения, падающего на этот пиксель, тогда как излучение белого пикселя – зависит. В красном пикселе поверхность предполагается пространственно-однородной, а в белом пикселе – нет. Далее вопрос об эквивалентности формул (27) и (28) исследуется численно.

Численные результаты

Рассмотрим слой стандартной атмосферы [10]. Используем микрофизическую модель аэрозоля, разработанную для Беларуси [11]. Коэффициенты экстинкции k , рассеяния k_s и индикатрису рассеяния $P(\gamma_s)$ считаем не зависящими от пространственных координат. Находим эти величины по теории Ми [12] для $\lambda = 0,55$ мкм. Отметим, что формулы коррекции (27) и (28) получены без каких-либо предположений о λ СИ.

На первом этапе атмосферу полагаем прозрачной: для аэрозольной оптической толщины τ^{aer} используются зна-

чения 0,2, 0,4 и 0,8. Оптическую толщину по рэлеевскому рассеянию τ находим по формуле

$$\tau = 0,008569 \lambda^{-4} (1 + 0,0113 \lambda^{-2} + 0,00013 \lambda^{-4}) \Big|_{\lambda=0,55 \text{ мкм}} \approx$$

$\approx 0,097$ [13]. Выбираем зенитный угол солнца $\theta_0 = 40^\circ$.

Высоту слоя атмосферы полагаем равной 100 км. Рассмотрим область $[-5, 5] \times [-5, 5]$ км на земной поверхности. Размер пикселя $d \times d$ выбираем в трёх вариантах: $d = 1, 0,5$ и $0,25$ км (последний размер соответствует характеристикам прибора «MODIS»). В качестве ПП принимаем вспаханное поле ($A = 0,06858$ [14]), в центре которого расположен участок рапса ($A = 0,153$ [14]), имеющий форму круга радиусом $\rho = 2$ км.

Рассмотрим случай, когда квадратные пиксели равномерно покрывают участок ПП. Вводим сетку по высоте z с шагом в 3 км, а по x и y – в 0,25 км. Решения задач (1)–(11) и (14)–(16) находим сеточным методом дискретных ординат [15] в трёхмерной (x, y, z) геометрии. По формулам (19) и (23) находим коэффициенты отражения и пропускания, из их значений составляем матрицы (20), (25) и (30). Обратные матрицы $(\hat{\mathbf{R}}^{\text{wb}})^{-1}$ и $(\hat{\mathbf{R}}^r)^{-1}$ находим методом подпространств Крылова. Наконец, по явным формулам (27) и (28) находим альбедо в каждом пикселе.

В табл. 1 представлены погрешности определения альбедо по формулам (27) и (28) в зависимости от размера пикселя d и оптической толщины аэрозоля τ^{aer} . Погрешности приведены отдельно для пикселей, находящихся на и вне границы сред (границы круга). Погрешность находится как наибольшее по пикселям отклонение (%) вычисленных альбедо от точных. Как можно видеть, обе формулы (27) и (28) обладают высокой точностью.

При этом погрешности обеих формул при одинаковом размере пикселей сравнимы. Максимальное по всем пикселям отклонение вычисленных альбедо друг от друга возрастает с уменьшением d и с ростом τ^{aer} , но для прозрачной атмосферы не превышает 0,15 % (табл. 2).

Далее рассмотрим более плотную атмосферу с τ^{aer} от 1 до 10 включительно для случая самого грубого пространственного разрешения ($d = 1$ км). При росте τ^{aer} влияние альбедо ПП на КЯ становится всё меньше (рис. 2).

Поэтому строки матриц $\hat{\mathbf{R}}^{\text{wb}}$ и $\hat{\mathbf{R}}^r$, см. формулы (25) и (30), становятся всё менее различимыми. Как следствие, нормы матриц, используемых при вычислении альбедо по формулам (27) и (28), растут (рис. 3). Поэтому даже малые погрешности при решении сеточным методом за-

Погрешности (%) определения альbedo по формулам (27) и (28) в зависимости от размера пикселя d и оптической толщины аэрозоля τ^{aer} отдельно для пикселей, находящихся на и вне границы сред

	$\tau^{aer} = 0,2$				$\tau^{aer} = 0,4$				$\tau^{aer} = 0,8$			
	На границе		Вне границы		На границе		Вне границы		На границе		Вне границы	
$d, \text{ км}$	(27)	(28)	(27)	(28)	(27)	(28)	(27)	(28)	(27)	(28)	(27)	(28)
0,25	0,031	0,027	0,091	0,077	0,075	0,069	0,071	0,073	0,071	0,065	0,41	0,26
0,5	0,059	0,053	0,039	0,04	0,12	0,11	0,07	0,07	0,27	0,21	0,1	0,1
1	0,085	0,075	0,13	0,11	0,04	0,05	0,14	0,19	1,01	0,91	1,27	1,07

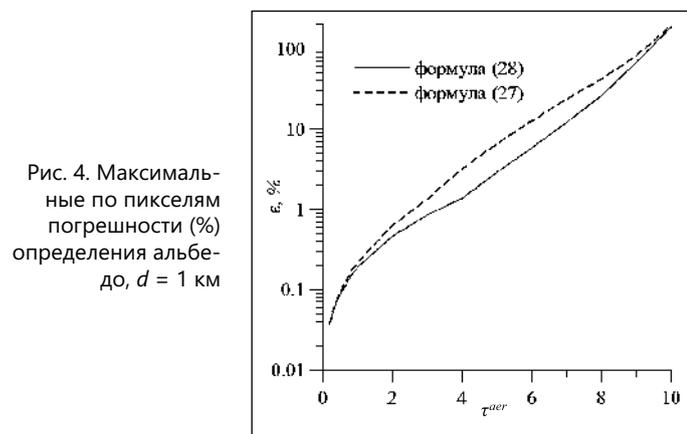


Рис. 4. Максимальные по пикселям погрешности (%) определения альbedo, $d = 1 \text{ км}$

дач (1)–(11) и (14)–(16) приводят к большим погрешностям определения альbedo. Таким образом, погрешности определения альbedo по обеим формулам (27) и (28) возрастают с ростом τ^{aer} (рис. 4). Аналогично при обработке реальных измерений для больших τ^{aer} к большим погрешностям определения альbedo будут приводить даже небольшие ошибки измерения значений КЯ.

Отметим, что при больших τ^{aer} для отдельных пикселей погрешность определения альbedo существенно меньше, чем максимальная по пикселям, ср. рис. 4 и рис. 5. В свою очередь, погрешность определения альbedo в IPA-приближении много больше погрешностей формул (27) и (28); реально IPA-приближение можно использовать только при $\tau^{aer} < 1$.

В IPA-приближении не учитывается влияние на значение альbedo в текущем земном пикселе значений КЯ в соседних атмосферных пикселях. Чтобы оценить это влияние, запишем равенства (26) и (27) в виде

Таблица 2
Отклонения (%) альbedo, полученных по формулам (27) и (28), в зависимости от размера пикселя d и оптической толщины аэрозоля τ^{aer}

$d, \text{ км}$	$\tau^{aer} = 0,2$	$\tau^{aer} = 0,4$	$\tau^{aer} = 0,8$
0,25	0,017	0,05	0,15
0,5	0,01	0,022	0,07
1	0,006	0,014	0,025

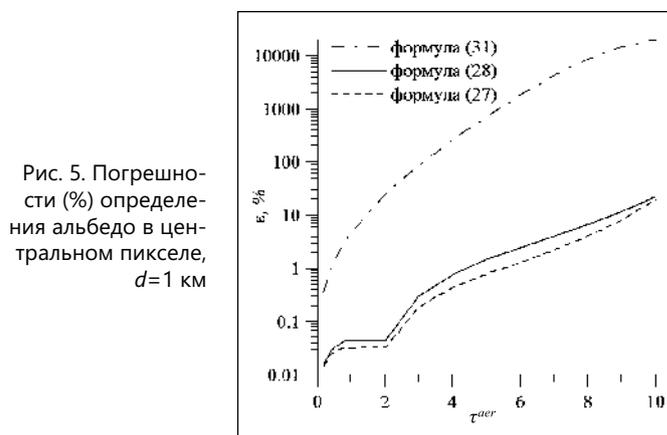


Рис. 5. Погрешности (%) определения альbedo в центральном пикселе, $d = 1 \text{ км}$

$$A_j = \left[\sum_{k=1, k \neq j}^N f_{j,k} (R_k - R_k^b) + f_{j,j} (R_j - R_j^b) \right] / \left[T_j^b + \sum_{k=1, k \neq j}^N g_{j,k} (R_k - R_k^b) + g_{j,j} (R_j - R_j^b) \right]. \quad (32)$$

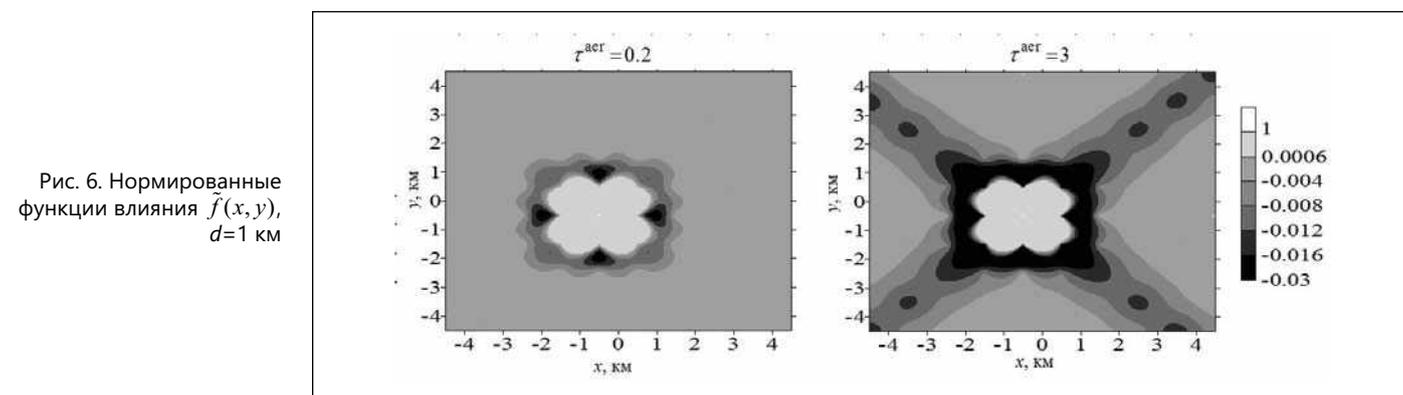


Рис. 6. Нормированные функции влияния $\tilde{f}(x, y)$, $d = 1 \text{ км}$

Здесь $f_{j,k}$ и $g_{j,k}$ – (j, k) -ые элементы матриц $(\hat{\mathbf{R}}^r)^{-1}$ и $\hat{\mathbf{T}}^r (\hat{\mathbf{R}}^r)^{-1}$. Выберем номер j , отвечающий центральному (расположенным вблизи начала координат) пикселю, атмосферному и земному. Каждому номеру пикселя k поставим в соответствие его координаты x, y . Получим функции влияния $f(x, y)$ и $g(x, y)$. Поскольку оказывается, что абсолютное значение $g(x, y)$ в среднем на два порядка меньше значения $f(x, y)$, основной вклад от соседних пикселей зависит от функции $f(x, y)$. Найдём нормированную функцию влияния $\tilde{f}(x, y) = f(x, y) / \max(f(x, y))$. Можно видеть (рис. 6), что с ростом τ^{aer} влияние соседних пикселей существенно растёт.

Наконец, остановимся на временах счёта. Решение одной базовой задачи (14), (15) или (16) на процессоре с тактовой частотой 3,2 ГГц занимает время $t_0 \approx 28$ с. Общее время расчёта всех базовых задач равно $t_0(2N + 1)$, где N – число пикселей. Время обращения одной матрицы $\hat{\mathbf{R}}^{wb}$ или $\hat{\mathbf{R}}^r$ методом подпространств Крылова составляет порядка $(N/100)^4$ с.

Заключение

Предложен новый вариант основной формулы атмосферной коррекции, позволяющей по известным значениям КЯ отражающей системы атмосфера-ППП и по известным параметрам атмосферы находить значения альbedo пространственно-неоднородной ламбертовской ПП. Формула является явной и позволяет проводить восстановление альbedo оперативно. Направление визуирования она содержит как свободный параметр.

В новом варианте основной формулы используются решения базовых задач с чёрной (неотражающей) ПП и с ПП, содержащей один красный (изотропно излучающий) и остальные чёрные пиксели. В старом варианте используются базовые задачи с ПП, содержащей один белый (изотропно отражающий) и остальные чёрные пиксели. Здесь изотропно излучающий пиксель предполагается пространственно-однородным, а изотропно-отражающий – нет.

Фактически предложено два варианта дискретизации красной задачи для уравнения переноса СИ в атмосфере, каждый из которых приводит к единственному решению обратной задачи восстановления альbedo ПП (земной).

Выполнено сравнение двух вариантов формулы на примере задачи восстановления по надирным измерениям альbedo вспаханного поля с участком растительности. Показано, что оба варианта формулы имеют высокую точность, если альbedo ПП оказывает достаточное влияние на КЯ, и превосходят по точности вариант формулы, полученный в ИРА-приближении. Поэтому оба варианта формулы могут использоваться для атмосферной коррекции спутниковых снимков.

При применении представленных вариантов формулы атмосферной коррекции к реальным спутниковым снимкам следует учитывать, что форма пикселей в этой формуле никак не задана, а размер разных пикселей может быть разным. Поэтому, выбрав на снимке целевой пиксель (в котором нужно восстановить альbedo), следует задать окружающие пиксели, вычислить в них КЯ с помощью какого-

либо метода интерполяции и далее применить основную формулу атмосферной коррекции (для «чёрно-белого» варианта формулы такая методика рассмотрена в статье [9]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kaufman Y.J., Tanre D., Gordon H.R., Nakajima T., Lenoble J., Frouin R., Grassl H., Herman B.M., King M.D., Teillet P.M. Passive remote sensing of tropospheric aerosol and atmospheric correction for the aerosol effect // Journal of Geophysical Research. – 1997. – Vol. 102, No. D14. – P. 16,815–16,830.
2. Ju J., Roy D.P., Vermote E., Masek J., Kovalskyy V. Continental-scale validation of MODIS-based and LEDAPS Landsat ETM+ atmospheric correction methods // Remote Sensing of Environment. – 2012. – Vol. 122. – P. 175–184.
3. ENVI. Atmospheric Correction Module: QUAC and FLAASH User's Guide. 2009. 44 p.
4. Белов А.М., Мясников В.В. Атмосферная коррекция гиперспектральных изображений с помощью приближённого решения уравнения переноса MODTRAN // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 3. – С. 489–494.
5. Katkovsky L.V., Martinov A.O., Siliuk V.A., Ivanov D.A., Kokhanovskiy A.A. Fast Atmospheric Correction Method for Hyperspectral Data // Remote Sensing. – 2018. – No. 10. – P. 1698.
6. Тарасенков М.В., Белов В.В. Комплекс программ восстановления отражательных свойств земной поверхности в видимом и УФ-диапазонах // Оптика атмосферы и океана. – 2014. – Т. 27, № 7. – С. 622–626.
7. Lenot X, Achard V, Poutier L. SIERRA: A new approach to atmospheric and topographic corrections for hyperspectral imagery // Remote Sensing of Environment. – 2009. – Vol. 13. – P. 1664–1677.
8. Николаева О.В. Новый алгоритм восстановления альbedo поверхности по данным спутникового зондирования // Оптика атмосферы и океана. – 2016. – Т. 29, № 3. – С. 204–209.
9. Николаева О.В. Исследование точности алгоритма восстановления альbedo поверхности с высоким пространственным разрешением по фрагменту спутникового изображения // Оптика атмосферы и океана. – 2016. – Т. 29, № 7. – С. 541–547.
10. ГОСТ 4401–81 «Атмосфера стандартная. Параметры».
11. Кацев И.Л., Зега Э.П., Прихач А.С. Микрофизическая модель аэрозольной атмосферы Беларуси и сопредельных регионов // Оптика атмосферы и океана. – 2016. – Т. 29. – С. 572–578.
12. Mishchenko M.I., Dlugach J.M., Yanovitskij E.G., Zakharova N.T. Bi-directional reflectance of flat optically thick particulate layers: an efficient radiative transfer solution and applications to snow and soil surfaces // JQS-RT. – 1999. – Vol. 64. – P. 409–432.
13. Hansen J.E., Travis L.D. Light Scattering in Planetary Atmospheres // Space Science Reviews. – 1974. – Vol. 16. – P. 527–610.
14. Баула Г.Г., Брычихин М.Н., Истомина М.Н., Кротков А.Ю., Сжёнов Е.Ю., Ризванов А.А., Третьяков В.Н. Формирование базы данных гиперспектральных оптических характеристик сельскохозяйственных культур в ультрафиолетовой, видимой и ближней инфракрасной областях спектра // Космонавтика и ракетостроение. – 2013. – № 4. – С. 178–184.
15. Николаева О.В., Басс Л.П., Кузнецов В.С. Радуга-6 – программа решения стационарного и нестационарного уравнений переноса излучения в 1D, 2D, 3D областях / Сб. аннотат. Междунар. симп. «Атмосферная радиация и динамика», Санкт-Петербург, 21–24 июня 2011 г. – С. 81–82.



Николаева Ольга Васильевна, математик.

Окончила в 1993 г. факультет вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им.

М.В. Ломоносова по специальности «Прикладная математика». Старший научный сотрудник Института прикладной математики РАН. Область научных интересов: прямые и обратные задачи для уравнения переноса излучения