УДК 628.9:612.84

ПЛАНИРОВАНИЕ ПСИХОФИЗИОЛОГИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ В СВЕТОТЕХНИКЕ

Н. К. КРУГ, М. Н. МАРУСОВА,
кандидаты техн. наук

Московский энергетический институт,
НИИ строительной физики

Любые исследования, связанные с деятельностью человека, являются весьма сложными, поскольку в этом случае всегда имеются факторы, не поддающиеся количественному учету. К ним относятся психофизиологические реакции человека, его состояние в данный момент времени — настроение, степень утомления и особенно способность адаптации к окружающим условиям. Наряду с ними существует ряд так называемых внешних факторов (световая среда, шум и вибрация, распорядок дня, эстетическое оформление помещения, метеорологические условия), влияние которых в частности на производительность труда может быть оценено. Из таких факторов особое влияние на состояние человека, его работоспособность оказывает световая среда.

Для получения объективной информации о влиянии внешних факторов на восприимчивость человека к изменению, например осветительных условий, хотя бы в простой полиномиальной зависимости целесообразно применять современные математические методы исследования. За последние десятилетия стал бурно развиваться новый раздел математики — математическая теория эксперимента (МТЭ). Эффективность методов, рекомендованных этой теорией, тем выше, чем сложнее объект, чем больше параметров, влияние которых надо исследовать. Согласно МТЭ исследование ведется в два этапа. На первом находят адекватную полиномиальную модель, связывающую исследуемую функцию Y со значениями параметров x, на втором найденная модель используется для решения поставленных задач. Наибольший эффект (сохранение времени и затрат на исследования) достигается при планировании эксперимента. Это значит, что рекомендуется реализовать опыты в определенных точках j многофакторного пространства, измерять в этих точках исследуемую величину Y_j и по значению Y_j находить коэффициенты полиномиального приближения. В плане предусмотрен минимум рассматриваемых вариантов для получения раздельных оценок коэффициентов полиномиального приближения. В каждой точке плана дублируются опыты для определения оценки дисперсии опыта $D_0[Y]$. В МТЭ предусмотрен минимум опытов для оценки величины $D_0[Y]$. Используемая теория регрессионного анализа предусматривает однородность дисперсии $D[Y]$ (выборочные оценки) в каждой точке многофакторного пространства. Однородность проверяется по критерию Кохрена. В данной работе используются формализованные процедуры МТЭ [1] и рекомендации по автоматизации экспериментальных исследований человеко-машинных систем [2]. В качестве примера для реализации предлагаемой методики взят статистический материал, полученный в светотехнической лаборатории НИИСФ при исследовании изменения работоспособности зрения под влиянием различной световой среды при выполнении зрительных работ IX разряда. Из комплекса зрительных функций взята одна — ахроматическая адиспаропия при изменении вертикальной освещенности рабочей поверхности $E_в$ от 60 до 200 лк при коэффициентах отражения фона окружающей поверхности $\rho_ф$ от 0,02 до 0,8 как при наличии, так и при отсутствии слепящего источника яркостью $3{,}65\cdot10^6$ кд/м².

Проведенные исследования могут быть представлены следующими этапами.

1. Постановка задачи. Выбор внешних факторов. В нашем случае это $E_в$, $\rho_ф$, наличие мешающих воздействий (ослепленность — «да», «нет»). Определение числа уровней факторов (на первых порах выбираем либо двух-, либо трехуровневые факторы) — на двух уровнях $\rho_ф=0{,}02$ и $\rho_ф=0{,}8$; $E_в=60$ лк и $E_в=200$ лк, либо на трех уровнях $E_в=60$ лк, $E_в=120$ лк и $E_в=200$ лк, $\rho_ф=0{,}02$, $\rho_ф=0{,}1$ и $\rho_ф=0{,}8$, и, наконец, выбор целевой функции Y — времени ахроматической адиспаропии.

2. Синтез плана эксперимента. План зависит от числа факторов, числа уровней факторов, от того, качественные или количественные факторы имеются в наличии. Рекомендуется использовать ортогональные планы.

3. Реализация плана эксперимента. Особенностью этой реализации в данной работе является повторение опытов с разными людьми (число людей m) — дублирование опытов в каждой строке j плана m раз.

4. Проверка воспроизводимости опытов по критерию Кохрена. Для этого необходимо: а) в каждой строке j плана определить среднее значение $\overline{Y}_j=\frac{1}{m}\sum_{l=1}^{m}Y_jl$; б) в каждой строке оценить дисперсию $D_j=\frac{1}{m-1}\times\sum_{l=1}^{m}(Y_jl-\overline{Y}_j)$; в) просуммировать D_j по всем N строкам плана $D_N=\sum_{j=1}^{N}D_j$; г) сравнить отношение максимальной дисперсии в строке $D_{j\,max}/D_N$ с табличным числом $G_т$. Это отношение должно быть меньше табличного $D_{j\,max}/D_N<G_т$. Если критерий Кохрена выполняется, то опыты воспроизводимы и дисперсия опыта оценивается как $D_0[Y]=\sigma^2{}_0=D_N/N$.

5. Планы, которые обычно записываются таблицами, с числами натурального ряда преобразуются в ортогональную матрицу планирования, используя нормированные факторы x_i со свойствами $\sum_{j=1}^{N}x_{ij}=0$; $\sum_{j=1}^{N}x_{ij}x_{mj}=0$. Для двухуровневых планов при качественных параметрах 0 и 1 соответственно переписываются как -1 и $+1$. Для количественных параметров значение факторов x_i однозначно связано со значениями параметров x_{ij} выражением

$$x_{ij}=(x_i-x_{io})/\lambda_{io}, \qquad (1)$$

где $x_{io}=1/2(x_{i\,max}+x_{i\,min})$; $\lambda_{io}=1/2(x_{i\,max}-x_{i\,min})$. Для двухуровневых планов факторы x_i в ортогональной матрице планирования имеют два значения: $x_i=-1\,(x_i=x_{i\,min})$; $x_i=+1\,(x_i=x_{i\,max})$.

6. Подсчитываются коэффициенты a_i и a_{ik} полиномиального приближения в виде неполного квадратичного полинома

$$Y=a_0+\sum_{i=1}^{n}a_ix_i+\sum_{i=k}^{n}a_{ik}x_ix_k\cdot\ldots \qquad (2)$$

При ортогональном планировании

$$a_0=\sum_{i=1}^{N}\overline{Y}_j/N;\quad a_t=\sum_{j=1}^{N}t_{ij}Y_j\Big/\sum_{j=1}^{N}t_{ij}^2, \qquad (3)$$

где N — число строк плана; n — число нормированных факторов; x_i, t_i — факторы $x_1\ldots x_i\ldots x_n$, а также их произведения.

При двухуровневых планах $t_i=\pm1$ и $\sum_{j=1}^{N}t_{ij}^2=N$.

7. После подсчета коэффициентов необходимо проверить по критерию Стьюдента их значимости. Для этого определяются дисперсия коэффициентов $\sigma^2{}_a$, которая связана с дисперсией опыта выражением $\sigma^2{}_a=\sigma^2{}_0/(Nm)$, таб-

[1] Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экспериментов. М.: Наука, 1965. 340 с.

[2] Круг Е. К., Легович Ю. С., Фатеева Е. А. Автоматизация экспериментального исследования человеко-машинных систем. — Автоматика и телемеханика, 1979, № 6, с. 181—192.

Таблица 1

x_1	x_2	x_3	Y_C				$\overline{Y}_j$	D_j
			$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$		
0	0	0	11	8	10	10	9,75	1,59
1	0	0	12	10	14	13	12,25	3,00
0	1	0	9	7	8	9	8,25	0,92
1	1	0	10	9	11	10	10,00	0,66
0	0	1	16	12	13	17	14,50	5,60
1	0	1	18	19	18	19	18,50	0,33
0	1	1	11	8	10	12	10,25	3,28
1	1	1	13	14	15	14	14,00	0,66

Таблица 2

t_i						$\overline{Y}_j$	Y_{jp}	$(Y_{jp}-\overline{Y}_j)^2$
x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3			
−1	−1	−1	+1	+1	+1	9,75	9,40	0,123
+1	+1	−1	−1	−1	+1	12,25	17,70	0,203
−1	+1	−1	−1	+1	−1	8,25	7,60	0,402
+1	+1	−1	+1	−1	−1	10,00	10,60	0,360
−1	−1	+1	+1	−1	−1	14,30	14,96	0,213
+1	−1	+1	−1	+1	−1	18,50	17,98	0,270
−1	+1	+1	−1	−1	+1	10,25	10,64	0,150
+1	+1	+1	+1	+1	+1	14,00	13,00	0,130

личный коэффициент Стьюдента t_C при степени свободы $N(\gamma-1)$. Затем сравнивается значение $\sigma_a t_C$ с коэффициентом a_i. Если $a_i > \sigma_a t_C$, то нуль-гипотеза о данном коэффициенте не выполняется, коэффициент значим, а член $a_i x_i$ остается в (3).

8. Проверка адекватности полученных полиномиальных приближений (только со значимыми членами). Для этого необходимо в каждой строке j подсчитать целевую расчетную функцию V_{jp} по (3) со значимыми членами, определить $(Y_{jp}-\overline{Y}_j)$, подсчитать дисперсию неадекватности $D_{ад}=\sum_{j=1}^{N}(Y_{jp}-\overline{Y}_j)^2/N-q$, где q — число оставшихся слагаемых в (3), сравнить отношения дисперсий $D_{ад}/D_0$ с табличным коэффициентом Фишера $K_ф$ (бо́льшую дисперсию делят на меньшую). Если $D_{ад}/D_0 < K_ф$, то уравнение адекватно и может быть использовано. Если это не так, то необходимо усложнить планы — переходить к трехуровневым планам и соответственно к полиномам более высокой степени.

В нашем примере исследуется влияние на время адиспаропии (целевая функция) следующих факторов: коэффициентов отражения поля зрения ($x_1=0$) и поля окружения (фона) ($x_1=0$; $\rho_ф=0{,}8$; $x_1=-1$; $\rho_ф=0{,}02$), отсутствия или наличия ослепленности ($x_2=0$, $x_2=1$), освещенности ($x_3=60$ лк, $x_3=200$ лк).

План и его реализация при $m=4$ дублирующих опытов представлены в табл. 1.

В последних столбцах этого плана даны усредненные значения в строке $\overline{Y}_j=\frac{1}{m}\sum_{l=1}^{m}Y_jl$ и оценка дисперсии в каждой строке j

$$D_j=\frac{1}{m-1}\sum_{l=1}^{m}(Y_jl-\overline{Y}_j)^2.$$

Проверка воспроизводимости осуществлялась при

$$D_N=\sum_{j=0}^{N}D_j=16{,}04;\qquad D_{j\,max}=5{,}60;\qquad D_{j\,max}/D_N=0{,}34$$

(степень свободы $m-1=3$ и $N=8$); табличный коэффициент $K_т=0{,}437$ (здесь и в дальнейших статистических оценках надежность берется равной 0,95). Поскольку $K_т>0{,}34$, опыты воспроизводимы и дисперсия опыта $D_0=\sigma^2_0=16{,}04/8\simeq2$.

В табл. 2 приведена ортогональная матрица планирования для нормированных факторов x_1, x_2, x_3 и для x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3.

В табл. 2 значение x_3 определялось по (1), где $x_{30}=(60+200)/2=130$, $\lambda_3=(200-60)/2=70$.

Подсчет коэффициентов осуществлялся по (3): $a_0=12{,}18$; $a_1=1{,}50$; $a_2=-1{,}56$; $a_{1\,2}=-0{,}12$; $a_{1\,3}=0{,}40$; $a_{2\,3}=-0{,}62$.

Дисперсия коэффициентов $\sigma_a^2=\frac{\sigma_0^2}{N(m-1)}$, $\sigma_a=0{,}25$, степень свободы $N(m-1)=24$. Коэффициенты значимы, поскольку $\sigma_a t_C=0{,}25\cdot2{,}06\simeq0{,}5$. Итак, полиномиальное приближение $Y=12{,}18+1{,}50x_1-1{,}56x_2+2{,}13x_3-0{,}6x_2x_3$. (4)

Осуществим проверку адекватности. В каждой строке j плана определяем по (4) значение Y_{jp} и также $(Y_{jp}-\overline{Y}_j)^2$ (последние два столбца табл. 2). Дисперсия неадекватности $D_{ад}=\frac{\sum_{j=1}^{N}(Y_{jp}-\overline{Y}_j)^2}{N-5}=0{,}575$ [$q=5$—пять членов уравнения (3)], $D_0/D_{ад}=2{,}0/0{,}575=3{,}5<K_ф$; $K_ф=8{,}6$. Здесь степень свободы числителя $N(\gamma-1)=28$, степень свободы знаменателя $N-q=3$; $3{,}5<8{,}6$ и дисперсии принадлежат к той же совокупности.

Уравнение (4) может быть использовано для количественного анализа. Так, если в поле зрения имеется слепящий источник ($x_2=1$) при светлом фоне ($x_1=-1$), то (4) преобразуется следующим образом: $Y=12{,}18+1{,}50(-1)-1{,}56(+1)+2{,}13x_3-0{,}62(+1)x_3$ или

$$Y=9{,}12+1{,}51x_3. \qquad (5)$$

При слепящем источнике и темном окружающем фоне ($x_2=1$; $x_1=1$)

$$Y=12{,}12+1{,}51x_3. \qquad (6)$$

Аналогично при отсутствии слепящего источника ($x_2=-1$) при светлом окружающем фоне ($x_1=-1$) и черном окружающем фоне ($x_1=1$) соответственно имеем

$$Y=12{,}24+2{,}27x_3; \qquad (7)$$

$$Y=15{,}24+2{,}27x_3. \qquad (8)$$

Для наглядности результатов целесообразно подставить в (5)—(8) вместо значений фактора x_3 его выражение через освещенность $E_в$. Замена фактора $x_3=(E-E_0)/\lambda$, где $E_0=(200+60)/2=130$ и $\lambda=(200-60)/2=70$ сводится к подстановке $x_3=0{,}013E-1{,}85$. Тогда окончательно получим зависимости Y при слепящем источнике соответственно для светлого и темного фона:

$$Y=6{,}33+0{,}019E; \qquad (9)$$

$$Y=9{,}33+0{,}019E. \qquad (10)$$

При отсутствии слепящего источника при светлом и темном окружающем фоне соответственно получим

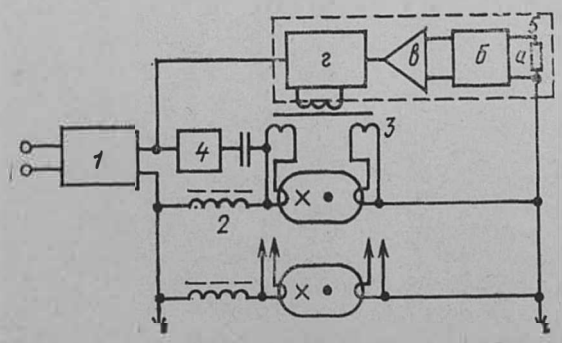
$$Y=7{,}15+0{,}036E; \qquad (11)$$

$$Y=10{,}15+0{,}036E. \qquad (12)$$

Данная методика позволила не только сократить число экспериментов в 10 раз, но и получить аналитическое выражение для подсчета минимума необходимого количества экспериментов. Полученные при минимальном количестве экспериментов уравнения (5)—(8) дают возможность выявить комплексное влияние слепимости и коэффициентов отражения поля зрения на адиспаропию при значениях $E_в$ от 60 до 220 лк.

В заключение следует подчеркнуть, что изложенная методика может быть применена при исследовании количественного влияния разнообразных внешних факторов на работоспособность человека. Работоспособность может оцениваться различными критериями (разными целевыми функциями), количественные характеристики которых [уравнения типа (3)] позволяют оосновано выбирать тот или иной режим работы. Методика планирования эксперимента дает возможность установить число необходимых опытов, позволяющих получить достоверные и, что особенно важно, воспроизводимые результаты.

* * *

The study uses formalized procedures of the mathematical experiment theory and recommendations on the auto-

matic experimentation in man-machine systems. The procedures are exemplified by a random material resulting from studies of the fitness to work in various lighting environments when performing visual tasks of class IX.