Пролетарии всех стран, соединяйтесь

СВЕТОТЕХНИКА

№ 7
Июль 1937

Орган Светотехнической комиссии группы технической физики ОТН Академии наук СССР, Светотехнической комиссии комитета по участию СССР в международных энергетических объединениях, Главэнергопрома и Светотехнических секций ВНИТО энергетики и электросвязи

Москва, 54. Б. Строченовский, 16, здание МЭИ. | *Год издания 5-й* | Тел. В 3-00-48

Беспощадно стирая с лица земли врагов народа, врагов социализма, будем крепить оборонную мощь нашей родины, нашей славной и горячо любимой Рабоче-крестьянской Красной армии.

(„Правда", 12 июня 1937 г.)

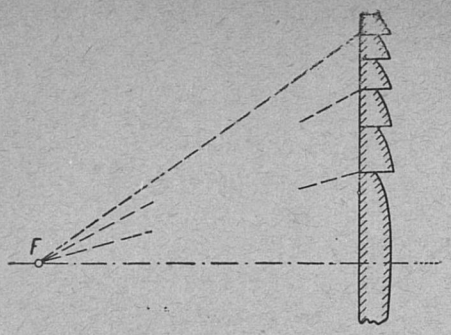
Метод расчета распределения силы света прожекторов с линзами Френеля

Н. А. КАРЯКИН. НИИ связи и светотехники ГВФ, Москва

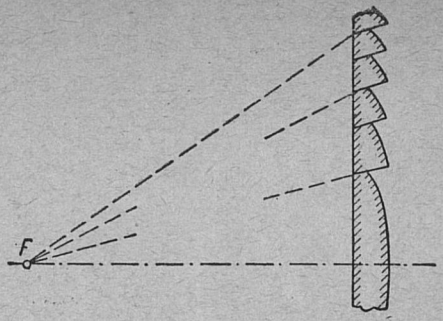
I. Общее

Имеющиеся два основных вида френелевских линз существенно отличаются один от другого: цилиндрические линзы и дисковые; линзы указанных видов можно представить себе полученными в результате вращения френелевского профиля, представление о котором дает фиг. 1. Вращение профиля вокруг вертикальной оси, проходящей через его фокус F, дает цилиндрическую линзу, тогда как вращение вокруг горизонтальной оси симметрии дает дисковую линзу. Более совершенным является френелевский профиль, видоизмененный Алларом. В нем горизонтальные соединения ступеней предыдущего профиля заменены наклонными, направление которых совпадает с направлением лучей из фокуса, упавших на точку соединения ступеней и претерпевших одно преломление (фиг. 2). Расчет кривизны ступеней (сферической формы) профиля производится при условии, что в фокусе линзы помещен точечный источник света, и световой поток должен выйти из линзы в виде цилиндрического пучка, практически параллельного оптической оси, без какого-либо рассеяния (в случае дисковой линзы) и в виде светового диска, с нулевым рассеянием в вертикальной плоскости (в случае цилиндрической линзы). На практике линзы работают с источниками света конечных размеров и различной формы, вследствие чего осевая сила света пучка линзового прожектора и распределение силы света в этом пучке будут определяться как оптическими параметрами самой линзы, так и параметрами применяемого источника света. Здесь уже становится необходимым уметь рассчитать заранее, что можно получить от линз с различными оптическими параметрами при применении различных источников света. Эта необходимость особенно ощущается в последнее время, когда линзовые прожекторы внедрились в новые области осветительной техники — такие, как авиамаячное дело и посадочное освещение, где требования к получению от прожектора светового пучка вполне определенной формы и интенсивности особенно жестки.

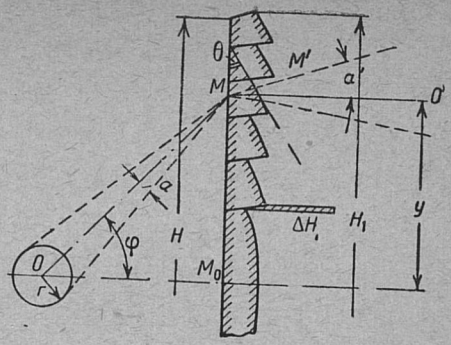
В литературе мы не имеем в настоящее время законченных методов, позволяющих произвести полный расчет светового пучка линзового прожектора с учетом оптических параметров и оптических качеств линзы и с учетом параметров источника света. Что же касается литературы на русском языке, то здесь данные о расчете светового пучка линзовых прожекторов отсутствуют полностью. Даже в отношении расчета осевой силы света линзового прожектора литературные сведения крайне ограничены и часто неверны. Выполненная автором работа по исследованию светового пучка прожекторов с линзами Френеля (1) позволила получить методику расчета распределения силы света указанных прожекторов, каковая вкратце и излагается ниже.



Фиг. 1. Профиль Френеля



Фиг. 2. Профиль Аллара



Фиг. 3. Меридиональное сечение цилиндрической линзы

II. Свечение линзового прожектора в направлении его оптической оси

Свечение линзового прожектора в направлении его оптической оси не будет одинаковым для цилиндрической и для дисковой линзы, а будет зависеть от оптических параметров линз и от параметров источника света. Для выяснения ряда общих вопросов рассмотрим случай цилиндрической линзы с источником света шаровой формы и с постоянной яркостью во всех точках его поверхности. Будем считать, что меридиональные сечения цилиндрической линзы будут лежать в вертикальных плоскостях, тогда за направление интересующей нас оптической оси линзы может быть взято любое радиальное направление в горизонтальной плоскости, проходящей через фокус линзы.

Детальное рассмотрение вопроса о свечении цилиндрической линзы в направлении оптической оси показывает, что с расстояний больших, чем фотометрическое расстояние, будет видна светлой часть поверхности линзы, представляющая собой полосу шириной, равной диаметру источника света, и высотой H_1, равной высоте линзы по внешней поверхности ее. Из рассмотрения профильного сечения линзы на фиг. 3 видно, что светящаяся полоса с высотой H_1, отсчитываемой по внешней поверхности линзы, будет иметь ряд темных интервалов (ΔH_1 на фиг. 3), которые необходимо вычесть из полной высоты H_1 линзы для определения действительной высоты светящейся полосы.

Выражение для осевой силы света цилиндрической линзы обычно пишется в виде:

$$I = mBdH, \qquad (1)$$

где m — коэфициент пропускания света линзой;

B — яркость источника света в стильбах;

d — диаметр источника света в сантиметрах;

H — высота линзы в сантиметрах.

Из сказанного выше следует, что правильнее было бы выражение (1) изобразить в виде:

$$I = mBd(H_1 - \Sigma\Delta H_1). \qquad (2)$$

Количество и размеры темных интервалов (ΔH_1) будут зависеть от параметров линзы, и, следовательно, для каждого варианта линзы необходимо производить вычисление величин $\Sigma\Delta H_1$, для того чтобы определить действительную высоту светящейся полосы линзы, каковой порядок расчета нельзя признать удобным.

Однако неудовлетворительность выражений (1) и (2) заключается не только в неудобствах расчета, но главным образом в том, что эти выражения не учитывают дополнительного рассеяния светового пучка за счет дисперсии стекла линзы и, следовательно, являются неправильными. При тех успехах, которые мы имеем за последнее время в части достижения минимальных углов рассеяния от прожекторов с лампами накаливания проекционного типа, расчеты светового пучка линзового прожектора без учета дополнительного рассеяния за счет дисперсии становятся явно неудовлетворительными. С точки зрения более детального анализа оптических свойств линз Френеля и более точного расчета светового пучка линзовых прожекторов оказывается удобным принять в качестве расчетной высоты линзы ее высоту H по внутренней поверхности профиля. Это позволяет избежать подсчетов величин $\Sigma\Delta H_1$ для каждого варианта линзы и дает возможность написать выражение для некоторой условной величины «расчетной яркости» изображения, под которой мы подразумеваем яркость внутренней (сплошной) поверхности линзы. Эту яркость для любой точки внутренней поверхности линзы можно выразить в общем виде, учитывая все специфические особенности оптических свойств линз Френеля. Сечение цилиндрической линзы любой горизонтальной плоскостью будет давать две концентрические окружности, разность радиусов которых будет равна толщине стекла линзы. Анализ показывает, что элементарное изображение источника света, даваемое любой точкой внутренней поверхности линзы, будет по выходе из линзы иметь угловой размер в плоскости горизонтального сечения практически равным угловому размеру источника света при рассмотрении его из данной точки.

Рассмотрим меридиональное сечение линзы. Для некоторой точки M указанного сечения (фиг. 3), характеризующейся углом φ, имеем угловой размер источника света равным α и угловой размер элементарного изображения α'. Учитывая, что расстояние между точками выхода из линзы крайних лучей элементарного пучка невелико, а радиус кривизны ступени линзы достаточно велик, можно вместо данного случая ступени френелевской линзы рассматривать призму с углом при вершине θ, образованным от пересечения касательной к точке выхода центрального луча пучка с внутренней поверхностью линзы. Такое допущение позволяет сравнительно просто найти соотношение между углами α и α' для общего случая.

При обозначениях, принятых на фиг. 4 и считая n-const (показатель преломления), зависимость между величинами a' и a получается в виде:

$$\frac{da'}{da} = -\frac{\cos c \cos a}{\cos b \cos a'} = -\frac{\cos a \cos(\theta - b)}{\cos b \cos(D + \theta - a)}. \qquad (3)$$

Для плосковыпуклых линз Френеля имеем $D = a = \varphi$ и тогда уравнение (3) можно написать в виде (2):

$$Z = \frac{da'}{da} = -\cos\varphi \frac{\cos(\theta - b)}{\cos b \cos\theta}. \quad (4)$$

Для тех же плосковыпуклых линз Френеля имеем зависимость

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\sin\varphi}{n\cos b - 1}, \quad (5)$$

учитывая которую, можно привести выражение (4) к виду (3):

$$Z = -\cos\varphi \frac{n^2 - \sqrt{n^2 - \sin^2\varphi}}{n^2 - \sin^2\varphi - \sqrt{n^2 - \sin^2\varphi}}. \quad (6)$$

Знак минус в выражениях (3), (4) и (6) показывает, что изображение в линзе получается перевернутым. Для целей нашего рассмотрения это не является существенным и в дальнейшем указанный знак минус мы опускаем.

Следует указать, что поскольку выражение для Z выведено при условии $n = \text{const}$, то величина Z, определяемая из уравнений (3), (4) или (6), не будет учитывать дополнительного рассеяния света за счет дисперсии стекла линзы. Таким образом наличие величины Z может считаться достаточным для определения рассеяния светового пучка линзы лишь для случая монохроматического источника света. В этом случае, как показывает уравнение (6), величина Z определяется только показателем преломления стекла n и угловым расстоянием элемента данной ступени от оси линзы и не зависит от других параметров профиля ступени.

В табл. 1 даны значения Z, вычисленные по формуле (6), принимая $n = 1{,}53$.

Таблица 1

$\varphi°$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	60
Z	1,00	1,00	1,02	1,05	1,09	1,14	1,20	1,27	1,35	1,45	1,52	1,64
$Z/\cos\varphi$	1,00	1,00	1,04	1,09	1,16	1,25	1,39	1,55	1,77	2,05	2,37	3,25

Из сказанного выше следует, что для меридионального сечения френелевской цилиндрической линзы при монохроматическом источнике света соотношение между углами α и α' должно быть выражено в виде:

$$\alpha' = \alpha \cdot z. \quad (7)$$

Если источник света не монохроматичен, то каждая точка линзы будет неодинаково преломлять различные спектральные лучи элементарного светового пучка в зависимости от величины коэфициента преломления n стекла линзы для данного спектрального луча. Так как профиль линзы рассчитывается на некоторое среднее значение коэфициента преломления, то каждый элементарный световой пучок будет получать дополнительное рассеяние за счет дисперсии, которое будет увеличивать общее рассеяние светового пучка линзового прожектора. При обозначениях, принятых на фиг. 4, указанное дополнительное рассеяние da_n' светового пучка за счет дисперсии линзы будет выражаться в виде:

$$da_n' = \frac{\sin\Theta}{\cos a' \cos b} dn. \quad (8)$$

Так как для плосковыпуклых линз Френеля имеем $a = \varphi$ и $a' = \theta$, то получим (2):

$$da_n' = \frac{\operatorname{tg}\Theta}{\cos b} dn. \quad (9)$$

Принимая во внимание соотношение (5), можно соотношение (9) привести к виду:

$$da_n' = \frac{n\sin\varphi}{n^2 - \sin^2\varphi - \sqrt{n^2 - \sin^2\varphi}} dn. \quad (10)$$

Как показывает уравнение (10), абсолютная величина дополнительного рассеяния за счет дисперсии стекла линзы зависит от величины показателя преломления n, величины полной дисперсии (dn в уравнении (10) должно представлять собою половину полной дисперсии стекла линзы), и от углового расстояния элемента данной ступени от оси линзы.

Степень влияния величины da_n' на световой пучок данной зоны будет зависеть от ее относительного значения по отношению к величине углового размера источника света для данной зоны линзы. Поэтому для конкретного случая расчета светового пучка линзового прожектора представляет интерес относительная величина дополнительного рассеяния за счет дисперсии, которая может быть выражена в виде:

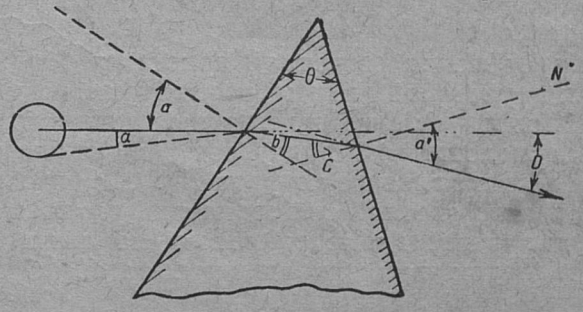
$$U = \frac{da'_n}{\alpha}. \quad (11)$$

Величина α в уравнении (11) представляет собою угловой размер источника света для данной зоны линзы и является функцией фокусного расстояния линзы, углового расстояния данной зоны от оси линзы, величины и формы источника света.

Полный угловой размер элементарного изображения при немонохроматическом источнике света будет равен:

$$\alpha'' = \alpha' + da_n' = (Z + U)\alpha. \quad (12)$$

Таким образом мы получили, что элементарное изображение будет иметь различные угловые размеры для экваториального и меридионального сечения, а именно для экваториального сечения его угловой размер будет равен угловому размеру источника света α, а для меридионального сечения $(Z + U)\cdot\alpha$. Зная угловые размеры элементарных изображений, мы можем определить «расчетную яркость» изображения. При определении яркости изображения необходимо учитывать следующие соображения. Полный угловой размер элементарного изображения будет представлять собою угловое расстояние между крайними видимыми спектральными лучами, ограничивающими пучок. Поэтому для определения величины α'' нужно подставить в формулу (12) значение U, определяемое из величины da_n' согласно формуле (10), где dn должно быть взято равным половине полной дисперсии стекла



Фиг. 4. Преломление света призмой, эквивалентной одной из ступеней френелевской линзы

линзы. Для обычного линзового стекла dn может быть взято равным 0,01. В пределах дополнительного угла рассеяния за счет дисперсии интенсивность элементарного изображения не будет одинакова, так как у любого источника света со сплошным спектром кривая $I_\lambda(\lambda)$ всегда показывает сильное уменьшение силы света к краям видимой части спектра. Поэтому для определения яркости изображения линзы нельзя брать величину α'', а нужно взять некоторый эквивалентный угловой размер элементарного изображения, определяемый из соотношения:

$$\alpha_{экв} = (Z + U_{экв})\,\alpha. \qquad (12')$$

Величина $U_{экв}$ определится из соотношения (11), в которое необходимо подставить величину $da'_{n\,экв}$ в виде:

$$da'_{n\,экв} = \frac{n \sin\varphi}{n^2 - \sin^2\varphi - \sqrt{n^2 - \sin^2\varphi}} = dn_{экв}. \qquad (10')$$

Для определения величины $dn_{экв}$ можно построить кривую $I_\lambda(\lambda)$ данного источника света, и от некоторого значения λ_n на этой кривой, для которого определено n, в обе стороны к краям видимого спектра построить кривые $\int I_\lambda\, d\lambda = f(\lambda)$.

Из этих кривых можно найти значение $\lambda_{экв}$, для которого имеем:

$$S = \frac{1}{2}\int_{\lambda_{kp}}^{\lambda_n} I_\lambda\, d\lambda.$$

Имея кривую $n = f(\lambda)$, можно найти значения разностей:

$$a_1 = n - n_{\lambda_1\,экв} \quad \text{и} \quad a_2 = n - n_{\lambda_2\,экв}.$$

Среднее значение $dn_{экв}$, по которому нужно определять $da'_{n\,экв}$ и $U_{экв}$, определится в виде:

$$dn_{экв} = \frac{a_1 + a_2}{2}.$$

Величина $dn_{экв}$ при данном $n = f(\lambda)$ будет зависеть от функции $I_\lambda(\lambda)$ источника света. Произведенные нами подсчеты для 1000-вт лампы накаливания проекционного типа дали для $dn_{экв}$ значение 0,00145. Для 150-а дуговой лампы высокой интенсивности мы получили $dn_{экв} = 0{,}00165$.

В табл. 2 даны величины da'_n и $da'_{n\,экв}$, считая $dn = 0{,}01$ и $dn_{экв} = 0{,}0015$.

Таблица 2

$\varphi°$	0	10	20	30	40	45	50	60
da'_n градусы	0	0,193	0,409	0,677	1,05	1,28	1,56	2,30
$da'_{n\,экв}$ градусы	0	0,029	0,063	0,102	0,152	0,192	0,234	0,346

Для определения расчетной яркости изображения цилиндрической линзы рассмотрим элементарную полоску dh на внутренней поверхности линзы, расположенную под углом φ к оптической оси линзы и стягивающую угол $d\varphi$. Ширина полосы, видимая светлой с направления оптической оси, будет равна диаметру источника света d. Световой поток, падающий на полосу dh, будет равен:

$$dF = \pi r^2 B \cdot 2\pi \cos\varphi d\varphi \frac{d}{2\pi f} = \frac{2\pi r^3 B \cos\varphi d\varphi}{f}, \qquad (13)$$

где r и B — радиус и яркость источника света, а f — фокусное расстояние линзы.

При выходе из линзы элементарные изображения представляют собою эллиптические конусы с угловыми размерами α для одной плоскости и $(Z + U_{экв})\cdot\alpha$ для другой. Выражая α через $\frac{r}{f}\cos\varphi$, можно получить величину телесного угла каждого выходящего из линзы элементарного изображения в виде:

$$\omega' = \frac{(Z + U_{экв})\,\pi r^2 \cos^2\varphi}{f^2}. \qquad (14)$$

Сила света от элементарной полоски dh в направлении оптической оси линзы может быть выражена в виде:

$$dI = \frac{df}{d\omega''} = \frac{2rBfd\varphi}{(Z + U_{экв})\cos\varphi}. \qquad (15)$$

«Расчетная яркость» изображения, создаваемого цилиндрической линзой, будет иметь величину:

$$B'' = \frac{dI}{dS} = \frac{2rBfd\varphi}{(Z + U_{экв})\cos\varphi 2rdh} = \frac{\cos\varphi}{Z + U_{экв}} B. \qquad (16)$$

В случае дисковой линзы с шаровым источником света выражение для светового потока, упавшего на элементарное кольцо внутренней поверхности линзы шириной dh, будет иметь вид:

$$dF = \pi r^2 B 2\pi \sin\varphi d\varphi. \qquad (13')$$

Выражение для ω'' остается таким же, как для случая цилиндрической линзы. Сила света от элементарного кольца в направлении оптической оси линзы будет:

$$dI = \frac{dF}{\omega''} = \frac{2\pi Bf^2 \operatorname{tg}\varphi d\varphi}{(Z + U_{экв})\cos\varphi}. \qquad (15')$$

Расчетная яркость изображения, создаваемого дисковой линзой, будет иметь величину:

$$B'' = \frac{dI}{dS} = \frac{2\pi Bf^2 \operatorname{tg}\varphi d\varphi}{(Z + U_{экв})\cos\varphi 2\pi hdh} = \frac{\cos\varphi}{Z + U_{экв}} B. \qquad (16)$$

Как и следовало ожидать, выражения для расчетной яркости изображения цилиндрической и дисковой линзы получились одинаковыми.

Как было сказано выше, величина расчетной яркости изображения, даваемого линзой, зависит и от размера источника света. В табл. 3 даны относительные величины расчетной яркости для различных величин углового размера шарового источника света, измеренного по отношению к центральной точке поверхности линзы α_0.

Таблица 3

$\varphi°$	Относительные величины расчетной яркости изображения				
	$2\alpha_0 = 1°$	$2\alpha_0 = 2°$	$2\alpha_0 = 4°$	$2\alpha_0 = 6°$	$2\alpha_0 = 10°$
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10	0,911	0,936	0,950	0,954	0,958
20	0,770	0,814	0,837	0,845	0,852
30	0,603	0,656	0,687	0,698	0,707
40	0,434	0,491	0,526	0,539	0,549
45	0,354	0,410	0,446	0,458	0,469
50	0,286	0,341	0,377	0,391	0,403
60	0,155	0,228	0,256	0,267	0,276

Данные табл. 3 показывают, что применение линз Френеля с большим углом охвата является нецелесообразным. Следует также заметить, что эти данные не учитывают потерь света на отражение от поверхности линзы и поглощения света в стекле линзы, а между тем эти потери сильно возрастают при увеличении угла охвата линзы. На практике, в случае необходимости иметь большой угол охвата линзы, прибегают к использованию катадиоптрических элементов, яркость изображения которых зависит только от яркости источника света и потерь на отражение и поглощение света стеклом линзы. Относительная величина яркости изображения для катадиоптрических элементов составляет около 0,7 сб. Потери света на отражение при переходе светового луча из воздуха в стекло и из стекла в воздух могут быть найдены по обычным формулам Френеля. Потери на поглощение света стеклом линзы будут определяться удельным поглощением стекла и длиной светового пути в стекле. Зная величину отражения и поглощения света, легко определить коэфициент пропускания света линзы m. Сказанное выше позволяет написать выражение для осевой силы света цилиндрической линзы в виде:

$$I = 2dBf \int_0^{\varphi_{max}} \frac{m d\varphi}{(Z + U_{экв}) \cos \varphi}, \qquad (17)$$

где φ_{max} — угол охвата линзы.

Для дисковой линзы будем иметь:

$$I = 2\pi Bf^2 \int_0^{\varphi_{max}} \frac{m \operatorname{tg} \varphi \, d\varphi}{(Z + U_{экв}) \cos \varphi}. \qquad (18)$$

Выражения (17) и (18) можно считать общими, если полагать, что особенности, вызванные различием формы источника света, учтены при определении величины $U_{экв}$ для данного источника света. Однако выражения (17) и (18) для практических расчетов силы света линзовых прожекторов приходится признать неудобными.

Практически расчет осевой силы света линзовых прожекторов удобно производить последовательно для отдельных зон (ступеней) линзы, используя общее выражение для расчетной яркости изображения (16) и считая коэфициенты m, Z и $U_{экв}$ постоянными для данной зоны линзы и равными их значениям для средней точки зоны. В этом случае для цилиндрической линзы можем написать:

$$I = \frac{m \cos \varphi}{Z + U_{экв}} Bd\Delta H, \qquad (19)$$

где ΔH — высота данной ступени, считая по внутренней поверхности ее.

Для дисковой линзы:

$$I = \frac{m \cos \varphi}{Z + U_{экв}} B \frac{\pi}{4} \left(D_{n+1}^2 - D_n^2\right), \qquad (20)$$

где D_{n+1} и D_n — диаметры границ данной ступени. Следует заметить, что выражения (17) и (18), так же как выражения (19) и (20), нужно относить к случаю безаберрационной линзы. Наличие у линзы аберрации может вызывать снижение осевой силы света линзового прожектора против ее значений, вычисленных по указанным выше формулам.

III. Расчет распределения силы света от цилиндрической линзы с шаровым источником света постоянной яркости

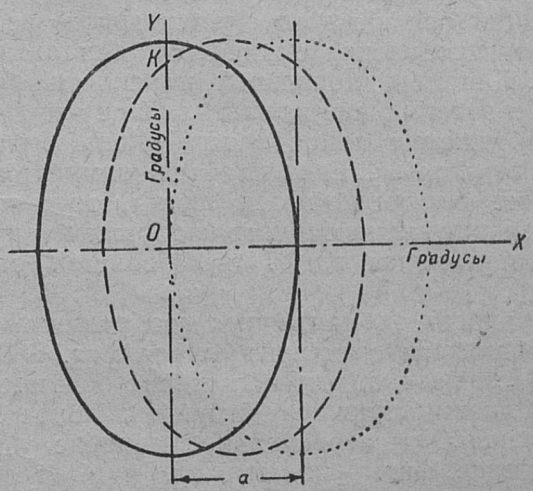
а) При отсутствии аберрации

Рассмотрим одну из зон (ступеней) линзы, средняя точка M профиля которой расположена под углом φ к оптической оси линзы (фиг. 3). Если данная зона достаточно мала, то мы можем считать величины α'' постоянными для всей зоны и равными величине, определяемой по уравнению (12) для средней точки M внутренней поверхности зоны. Сечение элементарного изображения плоскостью, перпендикулярной оптической оси линзы, даст эллипс, большая ось которого лежит к плоскости меридионального сечения линзы. При принятом допущении для любого меридионального сечения зоны можно считаться только с одним эллипсом, угловые размеры которого будут:

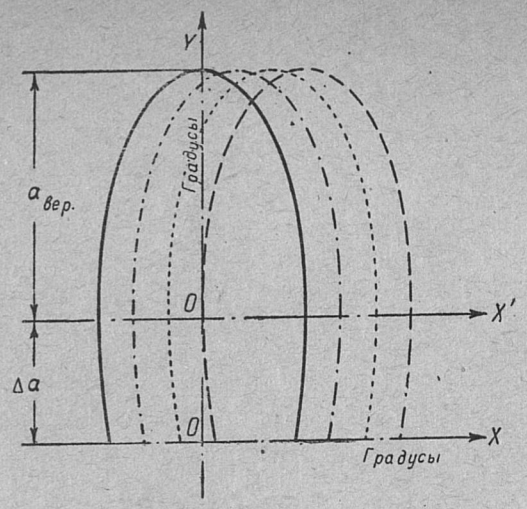
малая полуось — α;
большая полуось — α''.

С направления оптической оси линзы будут видны светлыми те точки зоны, расстояние которых от оптической оси равно r, или, говоря иначе, точки, лежащие в меридиональных плоскостях, отстоящих не более как на угол α от меридионального сечения через данную оптическую ось. Совокупность элементарных изображений (считая по одному эллипсу от каждого меридионального сечения), т. е. зональное изображение ее может быть представлено фиг. 5, где элементарные изображения отложены в угловой мере. Из фиг. 5 не трудно видеть, что число эллипсов, покрывающих направление любой оптической оси в плоскости главного горизонтального сечения линзы, будет одинаковым и, следовательно, для любого направления в указанном сечении сила света будет иметь одинаковую величину. Из той же фигуры видно, что для данного меридионального сечения число эллипсов, покрывающих различные точки линии OY, будет различно и, следовательно, для разных направлений в плоскости меридионального сечения сила света пучка будет различна.

Закон изменения числа эллипсов, покрывающих различные точки линии OY на фиг. 5, будет выражаться изменением ординаты эллипса при из-



Фиг. 5. Зональное изображение безаберрационной зоны цилиндрической линзы при шаровом источнике света



Фиг. 6. Зональное изображение аберрационной зоны цилиндрической линзы при шаровом источнике света

менении его абсциссы в пределах от $X=0$ до $X=\alpha$. Отсюда следует, что полуэллипс элементарного изображения может представлять собою по форме зональную кривую $I_\alpha(\alpha)$ линзы в меридиональной плоскости. Масштаб этой кривой определится из условия, что I зоны по оптической оси должно быть равно величине, определяемой по уравнению (19).

Особенностью найденной зональной кривой $I_\alpha(\alpha)$ является то, что эта кривая, хотя и относится к случаю шарового источника света, все же дает непрерывное спадание силы света по мере удаления от оптической оси.

При указанном виде зональной кривой $I_\alpha(\alpha)$ в меридиональной плоскости аналогичная кривая всего линзового прожектора также будет иметь острую форму без наличия какого-либо гребня в верхней части кривой, как это бывает у прожекторов с отражателями.

б) При наличии аберрации

Угловая аберрация зоны (ступени) линзы, обладающей продольной аберрацией Δf, может быть выражена в виде:

$$\Delta\alpha \approx \frac{\Delta f \sin 2\varphi}{2f}. \qquad (21)$$

Наличие угловой аберрации зоны повлечет за собою сдвиг оси каждого элементарного изображения от направления оптической оси линзы на угол $\Delta\alpha$. Для меридиональной плоскости можно считать в этом случае каждый эллипс элементарного изображения приподнятым вдоль большой его оси на угол $\Delta\alpha$. Если имеется симметричная зона ниже оптической оси линзы, то для нее каждый эллипс элементарного изображения нужно считать опущенным вдоль его большой оси на угол $\Delta\alpha$.

Совокупность элементарных изображений данной зоны может характеризоваться фиг. 6. Здесь точка O характеризует положение оптической оси всей линзы, линия OX — горизонтальное сечение, а линия OY — вертикальное сечение линзы. Рассмотрение фиг. 6 показывает, что от линии $O'X'$ вверх картина зонального изображения нисколько не отличается от случая зонального изображения безаберрационной линзы. Отсюда следует, что в пределах от направления под углом $\Delta\alpha$ от оси до края зонального изображения кривая $I_\alpha(\alpha)$ зоны может быть построена по тому же закону эллипса элементарного изображения, как и в случае безаберрационной линзы. В пределах от направления $\Delta\alpha$ к оптической оси до направления этой последней интенсивность зонального изображения будет спадать по тому же закону, как в пределах от направления $\Delta\alpha$ до направления $2\Delta\alpha$ от оптической оси линзы (фиг. 7).

Если фиг. 6 и кривую $abcd$ фиг. 7 относить к зоне, лежащей выше оптической оси, то для зоны, лежащей ниже оптической оси профиля, составляющая кривой $I_\alpha(\alpha)$ зоны в той же полусфере может быть представлена участком cd прежней кривой, перенесенной к оси OY (фиг. 7). Полная кривая $I_\alpha(\alpha)$ от обеих (нижней и верхней) зон линзы может быть представлена кривой, ординаты которой будут равны полусумме ординат кривой каждой зоны. Масштаб полной кривой определится из условия, что отрезок cb на фиг. 7 в масштабе полной кривой должен представлять собою величину силы света от обеих зон, определяемую по уравнению (19). Сила света линзы для любого направления в главной горизонтальной плоскости будет равна постоянной величине, представленной на фиг. 7 ординатой Oa. Мы можем отметить, что наличие аберрации у цилиндрической линзы в этом случае сильнее сказывается на световом пучке прожектора, нежели при отражателе с тем же источником света, так как при любой величине аберрации линзы мы получаем снижение осевой силы света. Кривая распределения силы света от всего линзового прожектора может быть получена обычным путем суммирования кривых $I_\alpha(\alpha)$ от отдельных зон линзы.

IV. Расчет распределения силы света от цилиндрической линзы с источником света прямоугольной формы

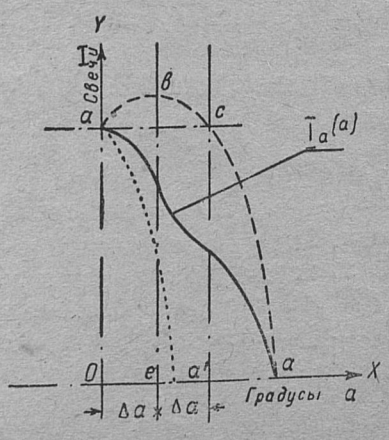
а) При отсутствии аберрации

Направление интересующей нас оптической оси линзы примем перпендикулярным к плоскости прямоугольного источника света, расположенного в фокусе линзы.

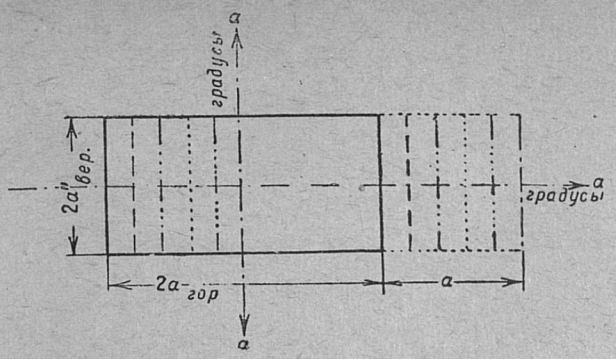
Угловой размер элементарного изображения в вертикальной плоскости для данной точки линзы найдется из соотношения:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h\cos^2\varphi}{f}, \qquad (22)$$

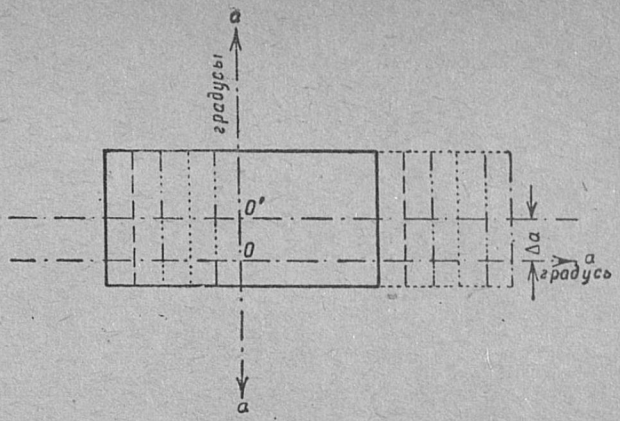
где h — половина высоты источника света.



Фиг. 7. Построение зональной кривой $I_\alpha(\alpha)$ аберрационной зоны цилиндрической линзы при шаровом источнике света



Фиг. 8. Зональное изображение безаберрационной зоны цилиндрической линзы при прямоугольном источнике света



Фиг. 9. Зональное изображение аберрационной зоны цилиндрической линзы при прямоугольном источнике света

С направления оптической оси линзы на расстояниях не меньших фотометрического расстояния будет видна светлой полоса линзы, высота которой равна полной высоте линзы. Ширина этой полосы, как показывает детальное рассмотрение этого вопроса, может быть принята равной полной длине источника света $2l$.

От данной зоны линзы с направления оптической оси прожектора можно считать светлой полосу с размерами $\Delta H \times 2l$ и с расчетной яркостью, выражаемой уравнением (16). Для данной зоны все элементарные изображения можно считать прямоугольными по форме и равными элементарному изображению от средней точки главного меридионального сечения зоны. Угловой размер элементарного изображения в меридиональной плоскости будет удовлетворять соотношению (12). Угловой размер элементарного изображения в экваториальном сечении будет равен угловому размеру источника света. Сказанное относительно формы и величины элементарных изображений при прямоугольном источнике света позволяет изобразить совокупность ряда элементарных изображений одной зоны в таком виде, как это представлено на фиг. 8. Отсюда выходит, что распределение силы света от данной зоны может быть представлено прямоугольником угловой ширины $2\alpha_{гор}$ для горизонтальной плоскости и прямоугольником $2\alpha''_{вер} = 2\,\alpha_{вер}\,(Z + U_{экв})$ для вертикальной плоскости. Величина осевой силы света определится из выражения (19).

б) При наличии аберрации

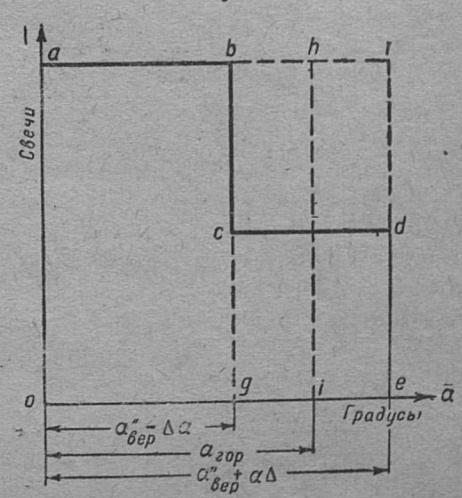
Если данная зона линзы (будем считать зону состоящей из двух половин—нижней и верхней, симметричных относительно оптической оси) будет обладать угловой аберрацией $\Delta\alpha$, то каждое элементарное изображение одной половины зоны сместится в вертикальной плоскости на угол $\Delta\alpha$ вверх от оптической оси, а элементарное изображение другой половины сместится на тот же угол вниз от оптической оси. Зональное изображение от одной половины зоны линзы в этом случае может характеризоваться фиг. 9. Здесь точка O определяет положение оптической оси линзы, а точка O' положение оси элементарного изображения. Из сказанного необходимо заключить, что силы света по одну сторону от оптической оси от каждой половины зоны будут одинаковыми, но углы рассеяния различны, а именно $\alpha''_{вер} + \Delta\alpha$ для одной половины и $\alpha''_{вер} - \Delta\alpha$ для другой половины.

Прямоугольник *oafe* на фиг. 10 может представлять собою распределение силы света в вертикальной плоскости от одной половины зоны, а прямоугольник *oabg* — от другой. Фигура *oabcde*, ординаты которой равны полусумме указанных прямоугольников, будет представлять собою распределение силы света от всей зоны. Масштаб этой фигуры определится из условия, что ордината *oa* должна равняться осевой силе света зоны, вычисленной по формуле (19). Прямоугольник *oahi* на фиг. 10 будет представлять собою распределение силы света зоны в горизонтальной плоскости.

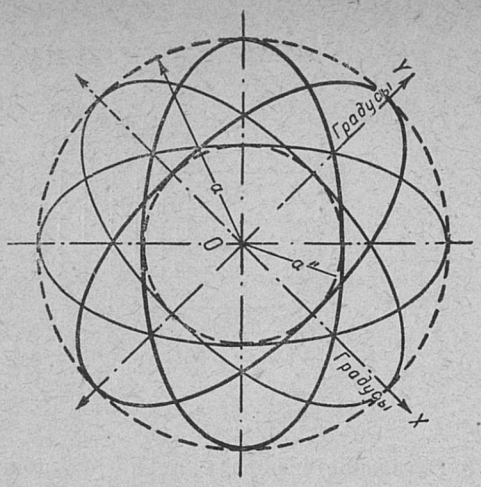
V. Расчет распределения силы света от дисковой линзы с шаровым источником света

а) При отсутствии аберрации

Рассмотрим вопрос о свечении линзы в направлении главной оптической оси, которая в этом случае будет совпадать с осью профиля линзы. Любое меридиональное сечение дисковой линзы будет представлять собою профиль линзы. При источнике света конечных размеров все точки профиля становятся видны светлыми с направления оптической оси линзы на расстояниях не меньших фотометрического расстояния. Отсюда выходит, что в этом случае будет видно светлым все световое отверстие линзы. Для рассматриваемой зоны линзы любое из меридиональных сечений ее будет содержать большую ось эллипса элементарного изображения, удовлетворяющую уравнению (12). Другой размер эллипса элементарного изображения данной зоны будет равен угловому размеру источника света, рассматриваемого с этой зоны. В таком случае зональное



Фиг. 10. Построение зональной кривой $I_\alpha(\alpha)$ аберрационной зоны цилиндрической линзы при прямоугольном источнике света



Фиг. 11. Зональное изображение безаберрационной зоны дисковой линзы при шаровом источнике света

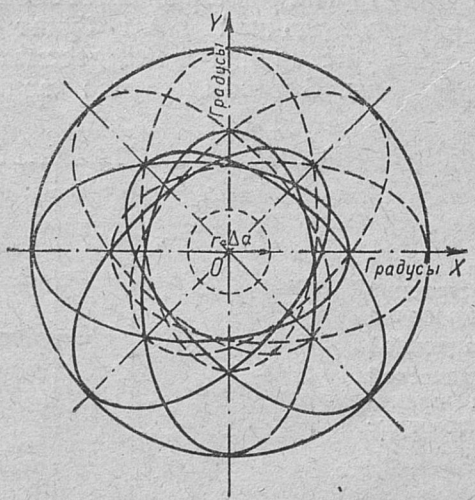
изображение на большом расстоянии от прожектора может быть представлено фиг. 11.

Как видно, зональное изображение получается по форме точно таким, как зональное изображение параболоидального отражателя с дисковым источником света. Поэтому для построения кривой $I_a(\alpha)$ зоны для этого случая можно воспользоваться способами расчета, применяемыми для случаев параболоидальных отражателей с дисковыми источниками света (4). Осевая сила света зоны, определяемая по формуле (20), будет сохранять свое значение неизменным в пределах угла α_{min}, равного угловому размеру малой оси эллипса элементарного изображения. Полный угол рассеяния будет равен угловому размеру большой оси указанного эллипса.

б) При наличии аберрации

Зональное изображение для этого случая может характеризоваться фиг. 12. Здесь ось каждого эллипса элементарного изображения отстоит от оптической оси прибора на величину угловой аберрации $\Delta\alpha$. Геометрическое место точек следов осей элементарных изображений дает окружность радиуса $\Delta\alpha$.

Данный случай аберрационной зоны имеет существенное отличие от случая аберрационной



Фиг. 12. Зональное изображение аберрационной зоны дисковой линзы при шаровом источнике света

зоны параболоидального отражателя с дисковым источником света. Это отличие состоит в том, что здесь смещение оси элементарного изображения происходит в направлении большой оси эллипса, в то время как у параболоидального отражателя это смещение происходило в направлении малой оси эллипса. При равных угловых размерах элементарного изображения случай дисковой линзы с шаровым источником света может характеризоваться меньшим влиянием аберрации на световой пучок зоны, нежели случай параболоида с дисковым источником света.

Для построения кривой $I_\alpha(\alpha)$ зоны в этом случае дисковой линзы может быть использован графический прием, сущность которого видна из фиг. 13.

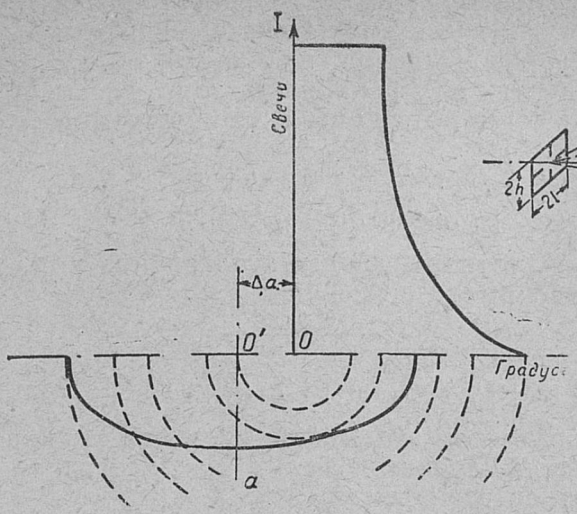
VI. Расчет распределения силы света от дисковой линзы с прямоугольным источником света

а) При отсутствии аберрации

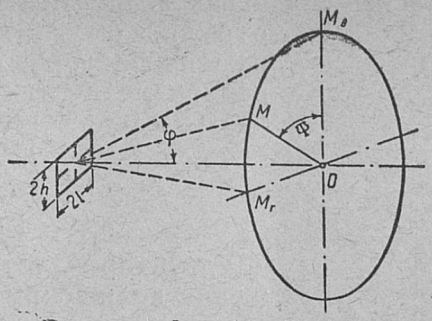
В этом случае необходимо учитывать одно существенное обстоятельство, заключающееся в следующем: во всех случаях, рассмотренных выше, угловые размеры источника света были одинаковыми для любого меридионального сечения линзы. Поэтому дополнительное рассеяние света за счет десперсии, составляющее для данной зоны линзы постоянную угловую величину, без труда могло быть выражено в относительных величинах в виде $U_{экв}$, определяемого по уравнению (11′).

В настоящем случае при постоянном дополнительном рассеянии для данной зоны за счет дисперсии угловые размеры источника света будут различны для разных меридиональных сечений зоны линзы. Таким образом нужно сказать, что степень уменьшения интенсивности каждого элементарного изображения за счет дополнительного рассеяния по причине дисперсии будет различна. Это обстоятельство обусловливает то положение, что величина $U_{экв}$ будет различна для разных меридиональных сечений зоны. Так, для вертикального сечения получим: $U_{экв(в)} = \frac{da'_{п\ экв}}{a_{вер}}$, а для горизонтального сечения: $U_{экв(г)} = \frac{da'_{п\ экв}}{a_{гор}}$. Для определения осевой зональной силы света необходимо знать среднее значение степени уменьшения интенсивности всех элементарных изображений от данной зоны по причине дисперсии. При известном соотношении длины и высоты прямоугольника и при известном законе изменения угловых размеров прямоугольного источника для любого меридионального сечения линзы не представит трудностей определить среднее арифметическое значение $U_{экв.\ ср}$ для различных меридиональных сечений данной зоны. Найденное значение $U_{экв.\ ср}$ и должно быть поставлено в формулу (20) для определения осевой зональной силы света дисковой линзы для данного случая источника света.

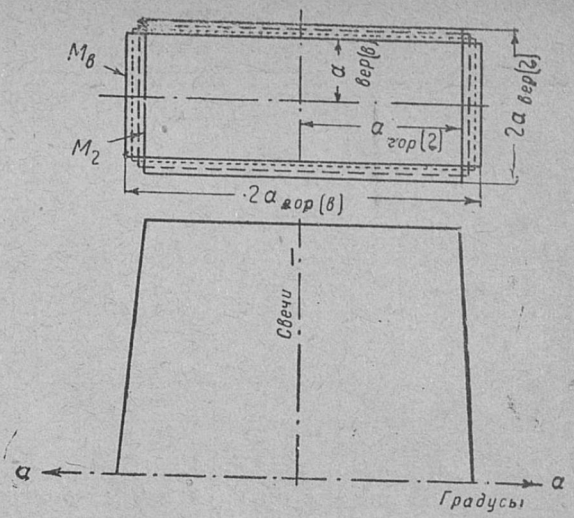
В отношении структуры светового пучка этот случай дисковой линзы будет иметь существенные особенности, связанные с изменением формы элементарных изображений. Рассмотрим одну из круговых зон дисковой линзы (фиг. 14).



Фиг. 13. Графический способ построения зональной кривой $I_\alpha(\alpha)$ аберрационной зоны дисковой линзы при шаровом источнике света



Фиг. 14. Схематический рисунок зоны дисковой линзы с прямоугольным источником света



Фиг. 15. Зональное изображение и кривая $I_\alpha(\alpha)$ безаберрационной зоны дисковой линзы с прямоугольным источником света

При рассматривании прямоугольного источника света (помещенного в фокусе линзы) с разных точек $M_{вер}$, $M_{гор}$, M круговой зоны видимые размеры прямоугольника будут различны. Считая, что для всех точек четверти зоны от $M_{гор}$ до $M_{вер}$ элементарные изображения могут быть приняты прямоугольными по форме, можно установить зависимость между угловыми размерами элементарного изображения в горизонтальной ($\alpha''_{гор}$) и вертикальной ($\alpha''_{вер}$) плоскостях и углом ψ, характеризующим положение на зоне той точки M, которая создает данное элементарное изображение.

Если принять, что и для линзы имеем $Z+U=1$, то такой случай был бы почти идентичен случаю параболоидального отражателя, и тогда искомая связь выражалась бы следующим образом (5):

для горизонтальной плоскости

$$\alpha_{гор} = \frac{l}{f}\cos\varphi\sqrt{1-\sin^2\varphi\sin^2\psi}; \qquad (23)$$

для вертикальной плоскости

$$\alpha_{вер} = \frac{h}{f}\cos\varphi\sqrt{1-\sin^2\varphi\cos^2\psi}, \qquad (24)$$

$2l$ и $2h$ — линейные размеры прямоугольного источника света.

Некоторая разница выражений (23) и (24) по сравнению с аналогичными выражениями для случая параболоида объясняется различием выражений радиусов векторов параболоидального отражателя и дисковой линзы.

Для любой точки зоны будет иметь место увеличение углового элементарного изображения в отношении $Z+U$. Это увеличение будет происходить в плоскости меридионального сечения, проходящего через точку на зоне, создающую рассматриваемое элементарное изображение. Это увеличение углового размера элементарного изображения можно разложить на увеличение в горизонтальной и в вертикальной плоскостях. В таком случае зависимость между угловыми размерами элементарного изображения и углом ψ может быть представлена в виде:

$$\alpha''_{гор} = \frac{l}{f}\cos\varphi\sqrt{1-\sin^2\varphi\sin^2\psi}\ [1+ \\ +(Z+U_{экв}-1)\sin\psi]; \qquad (25)$$

$$\alpha''_{вер} = \frac{h}{f}\cos\varphi\sqrt{1-\sin^2\varphi\cos^2\psi}\ [1+ \\ +(Z+U_{экв}-1)\cos\psi]. \qquad (26)$$

Зональное изображение для данного случая может характеризоваться фиг. 15.

Подставляя в формулу (25) значение $\psi=0$, получим угловой размер элементарного изображения для точки $M_{вер}$ в виде

$$\alpha_{гор\,(в)} = \frac{l}{f}\cos\varphi.$$

Для точки $M_{гор}$ будем иметь

$$\alpha_{гор\,(г)} = \frac{h}{f}\cos^2\varphi\,(Z+U_{экв}).$$

Отсюда видно, что угловой размер элементарного изображения от точки $M_{гор}$ может быть меньше, больше или равен угловому размеру элементарного изображения от точки $M_{вер}$. Таким образом выходит, что в принципе можно иметь большую однородность светового пучка прожектора с дисковой линзой в прямоугольном источнике света, нежели при прожекторе с параболоидальным отражателем при том же источнике света.

На фиг. 15 (снизу) дана одна из возможных форм кривой I_α (α) зоны, относящейся к случаю $\alpha_{гор\,(г)} < \alpha_{гор\,(в)}$. Сила света в осевом направлении I определится из формулы (20). Это значение силы света останется неизменным до направления под углом $\alpha_{гор\,(г)}$ от оси. Значение силы света под любым углом $\alpha''_{гор}$ в пределах направления от $\alpha_{гор\,(г)}$ до $\alpha_{гор\,(в)}$ от оси будет определяться по формуле:

$$I_\alpha = K\cdot I. \qquad (27)$$

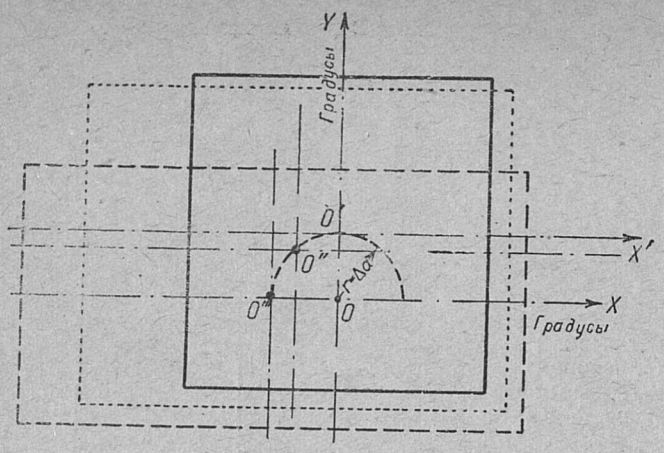
Здесь K — есть величина, входящая в соотношение

$$\psi = K\cdot 90, \qquad (28)$$

где ψ — угол, для которого вычислено значение $\alpha''_{гор}$ по формуле (25).

Аналогичные рассуждения полностью применимы и к вертикальной плоскости. Отличие здесь будет заключаться лишь в том, что для принятого значения $\psi = K\cdot 90$ нужно считать

$$I_\alpha = (1-K)I. \qquad (29)$$



Фиг. 16. Зональное изображение аберрационной зоны дисковой линзы с прямоугольным источником света

б) При наличии аберрации

В предыдущем подразделе настоящей работы можно видеть, что случай дисковой безаберрационной линзы с прямоугольным источником света отличается от случая параболоидального отражателя с таким же источником света лишь тем, что для случая линзы необходимо учесть дополнительное рассеяние света. Если это обстоятельство учтено при определении угловых размеров прямоугольного элементарного изображения (уравнения 25 и 26), то в остальном расчет светового пучка должен вестись тем же порядком, как и в случае параболоидального отражателя. То же самое имеет место и для случая аберрационной линзы.

Фиг. 16 характеризует зональное изображение от зоны дисковой линзы, обладающей угловой аберрацией $\Delta\alpha$. Здесь, как и при аберрационной зоне параболоидального отражателя, необходимо рассмотреть две четверти данной зоны, так как выражения для угловых размеров элементарных изображений от точек каждой четверти зоны будут не одинаковыми (6).

По аналогии со случаем параболоидального отражателя угловые размеры элементарных изображений в горизонтальной плоскости от точек первой четверти аберрационной зоны дисковой линзы могут быть выражены в следующем виде:

$$\alpha_{\Delta\ гор\ 1} = \frac{l}{f}\cos\varphi\sqrt{1-\sin^2\varphi\sin^2\psi}\ [1+ \\ +(Z+U_{экв}-1)\sin\psi]+\Delta\alpha\sin\psi. \quad (30)$$

Для второй четверти зоны аналогичное выражение должно иметь вид:

$$\alpha_{\Delta\ гор\ 2} = \frac{l}{f}\cos\varphi\sqrt{1-\sin^2\varphi\sin^2\psi}\ [1+ \\ +(Z+U_{экв}-1)\sin\psi]-\Delta\alpha\sin\psi. \quad (31)$$

Угловые размеры элементарных изображений в вертикальной плоскости будут для этого случая выражаться в виде:

Для точек первой четверти зоны:

$$\alpha_{\Delta\ вер\ 1} = \frac{h}{f}\cos\varphi\sqrt{1-\sin^2\varphi\cos^2\psi}\ [1+ \\ +(Z+U_{экв}-1)\cos\psi]+\Delta\alpha\cos\psi. \quad (32)$$

Для точек второй четверти зоны:

$$\alpha_{\Delta\ вер\ 2} = \frac{h}{f}\cos\varphi\sqrt{1-\sin^2\varphi\cos^2\psi}\ [1+ \\ +(Z+U_{экв}-1)\cos\psi]-\Delta\alpha\cos\psi. \quad (33)$$

В остальном порядок расчета светового пучка для данного случая линзового прожектора может быть полностью применен тот же самый, как для случая параболоидального отражателя с прямоугольным источником света (5, 6).

Литература

1. Труды Научно-исследовательского института связи и светотехники ГВФ. Вып. 5, 1937.
2. Ribiere, Phares et Signaux maritimes.
3. Walsh, Proc. Opt. Conv., 1926 (385).
4. Ф. Бенфорд, Теория прожектора. Перевод с англ. ОНТИ, 1935.
5. Н. А. Карякин и В. В. Кузнецов, «Светотехника» № 1, 1937.
6. Н. А. Карякин и В. В. Кузнецов, «Светотехника» № 2, 1937.

Световое оформление театральных постановок

М. С. ДАДИОМОВ, Театральная лаборатория Академии искусствознания, Ленинград

(Работа выполнена в 1935 г. и доложена на заседании светотехнической секции ВНИТОЭ 21 февраля 1936 г.)

Несмотря на трехсотлетний период применения на театральных сценах искусственного освещения и накопившийся большой опыт в этой области, в светотехнической литературе эти достижения не отражены. Отсутствуют также данные о величинах освещенности и яркости в различных, уже идущих постановках. Эти данные могли бы облегчить работу по световому оформлению вообще и выбору осветительной арматуры для тех или иных постановок, а также работу инженера при проектировании новых театров. В настоящее время ввиду отсутствия этих данных при составлении проекта светотехнического оборудования сцены приходится выбирать количество необходимых осветительных приборов и их мощность без всякого расчета, руководствуясь некоторыми данными существующей практики. Благодаря этому недостаточно обосновывается проект оборудования и необходимая мощность электроэнергии. Таким образом сведения о величинах освещенности и яркости, имеющих место в уже осуществленных сценических постановках, несомненно, представляют значительный практический интерес.

Определение светотехнических характеристик на сцене

Определение освещенности на сцене при помощи методов объективной фотометрии затруднительно вследствие отсутствия точных данных о спектральной чувствительности фотоэлементов, имеющей особое значение в условиях сценической светотехники, где применяется свет различ-